

# FFTを利用した光共振器モード計算の高速化

永井 良治<sup>1</sup>、羽島 良一、沢村 勝、西森 信行、菊澤 信宏、峰原 英介  
日本原子力研究所 光量子科学研究センター 自由電子レーザー研究グループ  
〒319-1195 茨城県那珂郡東海村白方2-4

## 概要

自由電子レーザー用光共振器の固有モードを計算するための計算コードをFFTにより高速化した。光共振器内の固有モードを計算するコードとして、Fox-Liの手法を用いたコードを使用してきたが、このコードは2重積分を繰り返し計算するもので非常に多くの計算時間を必要とするために、パラメータサーチが困難であった。そこで、FFTを利用した畳み込みを用いることでコードを高速化した結果、光共振器の形状についてのパラメータサーチを行える時間で計算出来る様になった。

## 1. はじめに

自由電子レーザーの高出力化・高効率化を進めていくためには、光共振器での回折損失を最小にし光共振器からの出力効率を高くすることが重要である。特に遠赤外領域の自由電子レーザーでは誘電体の損失が大きいため半透過鏡が使用できないので、光の一部を切り出す形の出力結合器が用いられる。このため余分な回折損失を生じ、光共振器からの出力効率を低下させてしまうので、出力結合器を含んだ光共振器の設計が不可欠である。このような光共振器の固有モードを求める方法としては、それぞれFresnel-Kirchhoff積分を基にし、

- (1) 光軸に対して回転対称を仮定し、円筒座標の角度方向の積分は解析的に求め、半径方向のみ繰り返し数値積分する方法<sup>[1,2]</sup>
- (2) 固有値方程式の固有関数を求める方法<sup>[3,4]</sup>
- (3) 各アパチャ面上の2次元座標点全ての点に対して繰り返し数値計算する方法<sup>[5]</sup>

が知られているが(1)、(2)の方法ではスクレーパ型結合器のような非対称な出力結合器やミラーのミスアラインメントの影響を計算することが出来ないので、(3)の方法で光共振器の設計・評価を行ってきた。Fresnel-Kirchhoff積分は2重積分であり、(3)の手法は非常に多くの2重積分を繰り返し行うので非常に多くの計算時間を必要とした。この計算を高速に行う方法としてFFTを利用した畳み込みによる方法が知られている<sup>[6-8]</sup>。しかし、この方法で自由電子レーザー用光共振器の計算を行うには非常に多くのメモリを必要とするため、使用できるメモリの制限から利用できなかったが、最近のコンピュータの発展により十分なメモリが使用できるようになった。そこで、自由電子レーザー用光共振器の計算コードにこのFFTによる方法を適用して高速化を行った。この結

果、光共振器形状についての様々なパラメータサーチを行える時間で計算出来る様になった。

## 2. FFTを用いたFOX-LIの手法

光共振器内のあるアパチャ内の複素電場が $u_0(x_0, y_0)$ で表されるとき次のアパチャへ伝播する複素電場 $u_1(x_1, y_1)$ は次式のFresnel-Kirchhoff積分で表される。

$$u_1(x_1, y_1) = \frac{jk}{2\pi d} \iint u_0(x_0, y_0) \exp(-jk\rho) dx_0 dy_0 \quad (1)$$

ただし、 $k$ は波数、 $d$ はアパチャの間隔、 $\rho$ は2点間 $(x_0, y_0, z_0)$ と $(x_1, y_1, z_1)$ の距離である。(1)式で積分している関数は $(x_0, y_0)$ の関数 $u_0$ と $(x_1 - x_0, y_1 - y_0)$ の関数の積であるので、FFTによる畳み込み積分が可能である。アパチャ内のメッシュの数を $N \times N$ とすれば、これまでの2重積分を直接計算するコードが $N^4$ に比例した計算時間を要していたのに対してFFTを用いれば $N^2 \log_2 N$ に比例した計算時間で済むので非常に短い時間で計算できる。

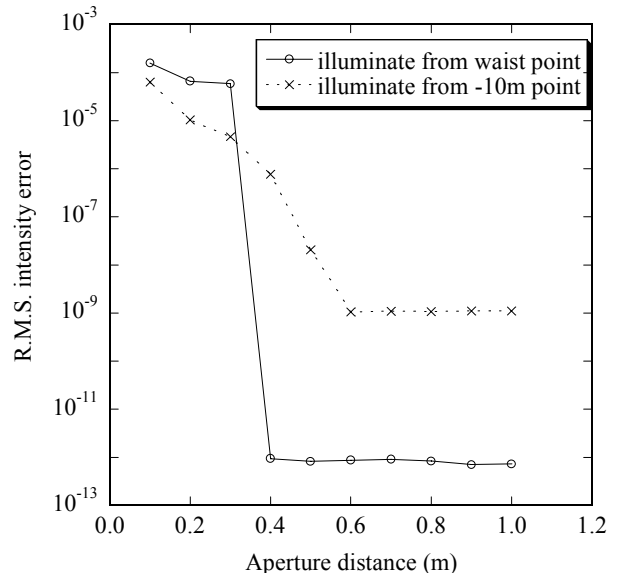


図1：解析解との比較

この方法で求めた複素電場の値がどの程度正しいかを検証するために、ガウスビームの解析式で与えられる複素電場とこの方法で計算した複素電場を比較した。光の波長を22 $\mu$ m、アパチャの1辺を12cmと

<sup>1</sup> E-mail: r\_nagai@popsvr.tokai.jaeri.go.jp

した場合について、アパチャ間の距離を変えた時の計算誤差（各点での強度の差のrms値）を図1に示す。レイリー長1mのガウスビームのウエストから発散するビームと、ウエストから10m離れた位置から収束してくるビームについて調べた。どちらの場合もアパチャ間隔が40cm程度までは十分に小さい誤差で計算できているようである。アパチャ間隔が狭くなると計算誤差が大きくなるが、これはアパチャ間隔がアパチャの大きさに対して十分に大きくないとFresnel-Kirchhoff積分が適用できないためである。

この方法より光共振器内の各アパチャの複素電場を光の強度分布が一定値に収束するまで繰り返し計算することで光共振器の固有モードを計算出来る。ただし、FFTによる方法は複素電場分布の空間周波数領域の計算を行っていることになるので、同じ大きさの空間メッシュで平面から平面にしか投影できない。したがって、ミラー面上の複素電場は、その直前の平面上の複素電場を求め、各点でミラーの曲率による距離の差だけ位相を進めることで求めている。また、ウエスト付近では不必要な広い範囲について計算する必要があるという欠点がある。計算機のメモリや計算時間を節約するためにも、空間メッシュの切り方については現在検討中である。

### 3. 計算例

実際の光共振器の計算例として、エネルギー回収型リニアックに改造後の原研自由電子レーザーの光共振器についての計算結果を示す。原研自由電子レーザーの増やすために、エネルギー回収型リニアックに改造してビーム電力を増やす計画である<sup>[9]</sup>。これに伴いマイクロパルスの繰り返し率が2倍以上になるので光共振器長を短くすることが可能である。また、ミラーの傾きの許容度 $\Delta\theta_M$ は光の波長 $\lambda$ 、ミラー間隔 $d$ 、レイリー長 $z_R$ で、光共振器が対称であるとする、

$$\Delta\theta_M \ll z_R^{1/2} \left( \frac{2\lambda}{\pi(d/z_R)} \right)^{1/2} \left( \frac{2(d/z_R)^2}{4+(d/z_R)^2} \right)^{1/4} \left( \frac{8}{4+(d/z_R)^2} \right)^{3/4} \quad (2)$$

で表されるので、レイリー長が同じならば光共振器長を短くすることで、ミラーの傾きの許容度を大きくでき、ミラーのアラインメントが容易になるので、光共振器長を以前の半分の約7.2mに変更した。

そこで、高速化した計算コードで出力結合器を含んだ光共振器の固有モードを計算し、この光共振器の性能の評価を行った。性能の評価には次式で定義される効率係数 $\eta_{opt}$ <sup>[2]</sup>を用いた。

$$\eta_{opt} = \frac{\alpha_{out}}{\alpha_{loss}^{3/2}} = \frac{P_{fel}}{P_{beam} \sqrt{4\pi N_w \rho^3}} \quad (3)$$

ただし、 $\alpha_{out}$ 、 $\alpha_{loss}$ 、 $P_{fel}$ 、 $P_{beam}$ 、 $N_w$ 、 $\rho$  はそれぞれ出力結合、全損失、自由電子レーザー出力、ビーム電力、FELパラメータである。

表1：光共振器の主なパラメータ

光共振器長	7.198 m
アンジュレータダクト長	2 m
レイリー長	1 m
ミラー半径	60mm
ミラー反射率	99.4 %

光共振器を図2に示すような4つのアパチャとミラーでモデル化して計算を行った。光共振器の主なパラメータを表1にまとめて示す。

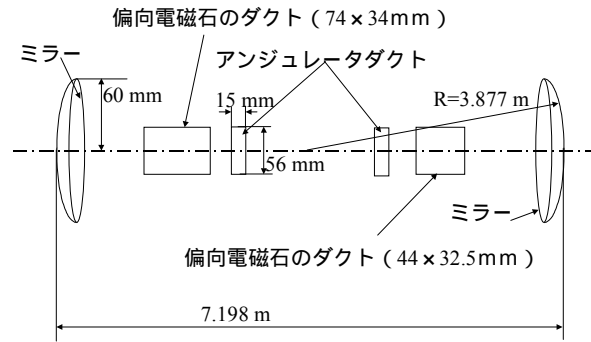


図2：光共振器の計算モデル

スクレーパ型およびセンターホール型の出力結合器についての計算結果を図3に示す。以前の光共振器（共振器長14.4m）ではスクレーパ型出力結合器では2.5程度の効率係数が得られていたが、この光共振器（共振器長7.2m）ではセンターホール型と同程度の約1.9まで下がってしまっている。これは共振器長を短くしたことで、スクレーパを挿入する位置での光の大きさが小さくなりスクレーパによる散乱の影響が大きくなったためと思われるが詳細および対策は現在検討中である。

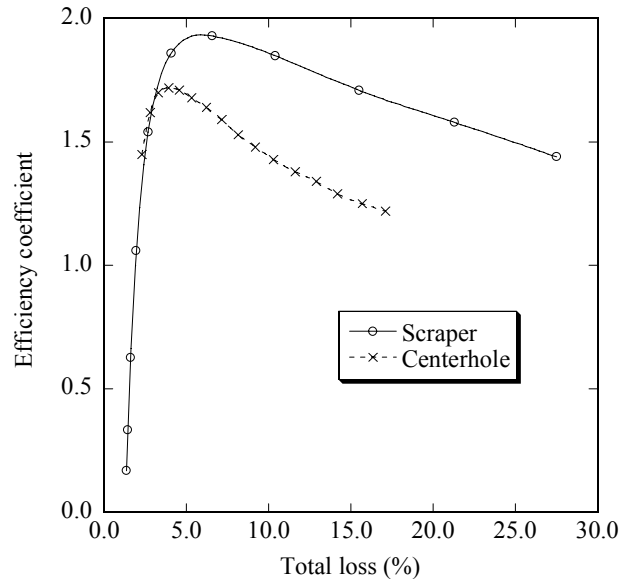


図3：光共振器の効率係数

対策のひとつとして、以前の長さ（14.4m）のまま非対称光共振器にして遠い方のミラーの直前にスクレーパを挿入する方法が考えられる。図4に光共振器を非対称にしたときの、ミラーの傾きの許容

度と光の大きさを示す。ここから分かるように、遠い方のミラーでは対称光共振器の場合とほぼ同程度の許容度を確保した上で光の大きさがより大きくなっている。光の大きさを大きくすることで、スクレーパ型でより高い効率が得られると考えられる。また、近いほうのミラーでは傾きの許容度が大きくなっているため、光共振器全体での傾きに対する許容度を大きく出来る。

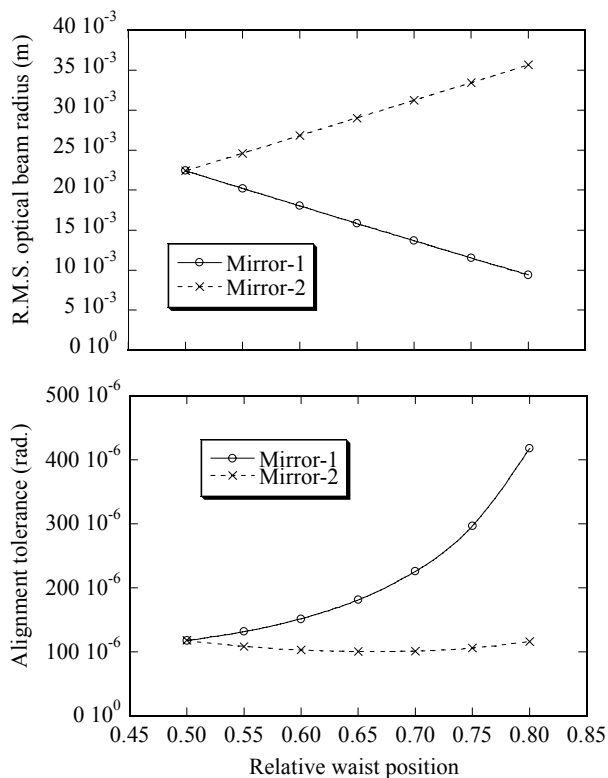


図4：非対称共振器の許容誤差とビームサイズ

#### 4. まとめ

Fox-Liの手法により光共振器内の固有モードを計算するコードをFFTによる畳み込みを用いることで高速化した。その結果、光共振器の形状についてのパラメータサーチを行える時間で計算出来る様になった。今後、このコードにより光共振器の最適形状、ミラーの傾きの影響について調べていく予定である。

また、様々な計算機環境でコードを利用できるようにするために、使用するメモリ量を少なくする方法についても検討していく予定である。

#### 参考文献

- [1] A. G. Fox and T. Li, Bell Syst. Tech. J. **40** (1961) 453-488.
- [2] M. Xie and K.-J. Kim, Nucl. Instr. and Meth. **A304** (1991) 792-796
- [3] P. Horwitz, J. Opt. Soc. Amer. **63** (1973) 1528-1543
- [4] 斎藤英明、他、レーザー研究 **12** (1984) 255-262
- [5] R. Nagai, et al., Nucl. Instr. and Meth. **A475** (2001) 519-523
- [6] P. W. Milonni and A. H. Paxton, J. Appl. Phys. **49** (1978) 1012-1027.
- [7] E. A. Sziklas and A. E. Siegman, Appl. Opt. **14** (1975) 1874-1889.
- [8] 菅原博之、竹森聖、レーザー研究 **13** (1985) 171—179
- [9] 羽島良一、他、Proc. of the 27<sup>th</sup> Linear Accelerator Meeting in Japan (2002) 97-99