

陽子線型加速器のビーム負荷効果とその補償

高エネルギー物理学研究所 元見昌三

1. ビーム負荷効果 (beam loading)

proton linacに於ける beam loadingの影響は, electron linacの場合と異なり cavityの電圧に対する beamの位相が位相安定角 $\phi_s (\approx 30^\circ)$ だけずれているため, cavityの電圧を降下させるだけでなく, その位相をも shiftさせる。この beam loadingは bunch (た beam)が cavityを通過するとき, beamが加速されると同時に加速電圧とは逆の方向に電圧を induceするために起る。この induceされた電圧は normal mode analysisによって次式のように表わすことができる¹⁾。

$$V_{b\lambda} = - [\text{Factor}] \cdot I_0 [1 - \exp(-\omega\lambda t / 2Q\lambda)] \exp[j(\omega\lambda t + \phi_s)] \quad (1)$$

$V_{b\lambda}$: voltage of the λ th mode induced by beam

I_0 : beam current averaged over bunches

ϕ_s : phase angle of the center of beam bunches

$\omega\lambda$: $\omega\lambda (1 - 1/2Q\lambda) \approx \omega\lambda$

$Q\lambda$: loaded Q of the λ th mode

ここで, $V_{b\lambda}$ の高次モードについて, beam bunchが cavityの全長にわたって分布しているとするならば, その大きさは無視してもよい程小さいことが示されている。従って以下の取り扱いに於ては基本モードについてのみ考えることにする。

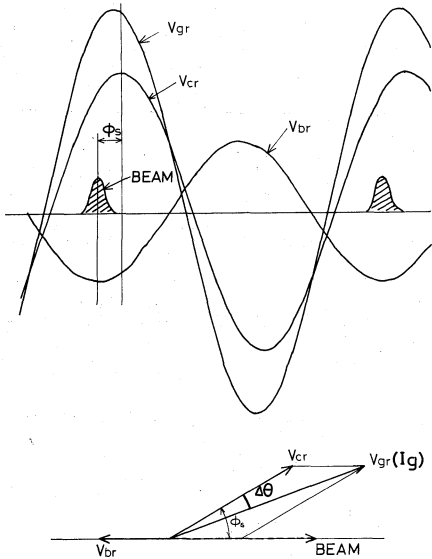
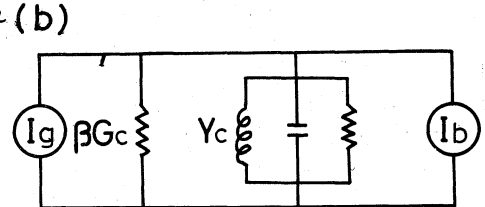
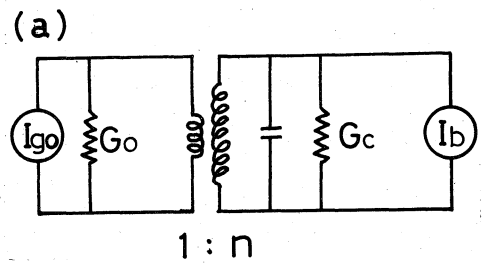


Fig. 1 cavity内に於けるそれぞれの電圧の大きさ及び位相の関係

(1)式によって, cavityに induceされる電圧は beam current I_0 に対して下向き180°反対の方向に時定数 $T_b = 2Q\lambda/\omega$ で build upする指数関数であることが解る。且し, このことは RF generatorの周波数 $(\omega/2\pi)$ と cavityの共振周波数 $(\omega_0/2\pi)$ が同じ場合であり, $\Delta\omega = \omega - \omega_0$ キロの場合には後で示すようにその様子は異なったものとなる。Fig. 1は $\Delta\omega = 0$ で定常状態 ($t = \infty$)に於ける cavity内の電圧の大きさ及び位相の関係を示すものである。ここで, V_{gr} (r は resonance状態 $\Delta\omega = 0$ を示す)は generator I_g によって cavityに作られる電圧であり, V_{br} は beam I_b によって induceされる電圧である。また V_{cr} は V_{gr} と V_{br} との合成による, 即ち, 実際に cavity内に発生する電圧である。この時, beamの加速電圧は $V_{cr} \cos \phi_s$ となる。Fig. 1によって, cavityの電圧 V_{cr} は beam loadingによって generatorの電流 I_g に対して $\Delta\phi$ だけ位相がずれていることが解る。このことは cavityを generator側から見た場合,

beamが入射される直前まで cavityの共振周波数が $\omega_0/2\pi$ であったものが、beamの入射によって $\Delta\omega$ に相当する分だけ共振周波数がずれたことを意味するものである。従って、そのとき tuning がずれてしまい、generatorから cavityへ供給される powerの一部は反射波として帰って来ることになる。又、loadingがあると言うことは cavity内で lossが増えたことであり、generatorと cavityとの結合係数 β が変わった(小さくなった)ことになる。従って、beamの入り時、 $\beta=1$ になるように matchさせておくと、beamの入射によって mismatch となってしまい、cavityからの反射が更に多くなってしまいます。しかしながら、逆に、beam加速時に tuning 及び matching がとれるように前もってずらしておくことによって、より多くの powerを必要とする beam加速時に、効率良く powerを供給することが出来るようになる。この方法は beamのホール幅が cavityの build up time ($2Q_L/\omega$) に比べて長い場合に、又、generatorの最大出力が制限されているような場合にかなり有効な方法であると考えられる。以上に述べた事柄は定常状態についてであり、beamのホール幅が cavityの build up time に比べて短い場合は、即ち、過渡状態の場合には、その beam loading は dynamical なものとなり、その影響は定常状態の場合とはかなり異なるものとなって来る。

ここで、これらの現象を具体的に解析する為、Fig. 2に示すような等価回路を用いることにする。図に於て、cavityは LCR共振回路として、generatorはその LCR回路と理想トランズによって結合した current generatorとして、又、beamはその LCR回路と直接に結合した current sourceとして表わすことが出来る²⁾。Fig. 2の (b) は (a) の generatorを LCR側(二次側)に変換したものである。



$$I = I_{g0}/n$$

$$Y_c = G [1 + j2Q(\omega - \omega_0)/\omega_0]$$

Fig. 2 (a) generator 及び beam と結合した cavity の等価回路。
(b) generator を cavity 側に変換した等価回路

(1) 定常状態に於ける beam loading

Fig. 2 (b) に於て、全アドミッタンス \bar{Y} は

$$\bar{Y} = G_c (1 + \beta) [1 + j2Q_L(\Delta\omega/\omega_0)]$$

である。ここで、 $\Delta\omega = \omega - \omega_0$, $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$, $Q_L = Q_0/(1 + \beta)$, $Q_0 = \omega_0 L G_c$, $\beta = \frac{G_0}{G_c}$ である。

generator 及び beam によって cavity 内に作られる電圧は

$$\begin{aligned} \bar{V}_g &= \bar{I}_g / \bar{Y} \\ \bar{V}_b &= -\bar{I}_b / \bar{Y} \end{aligned} \quad (2)$$

である。このとき、cavityの電圧は

$$\begin{aligned} \bar{V}_c &= \bar{V}_g + \bar{V}_b \\ &= (\bar{I}_g - \bar{I}_b) / \bar{Y} \end{aligned}$$

となる。それぞれの電圧と電流との間には、 $\Delta\omega = 0$ のため、位相がずれが起り、その大きさは $\tan \phi = -2Q_L(\Delta\omega/\omega_0)$

となる。この γ は一般に *tuning angle* と呼ばれているものである。これらの電圧、電流をベクトルで表示すると、Fig. 3 のようになる。ここで問題になるのは、この図で示す θ 、即ち、generator と beam との位相角、*tuning angle* γ 及び *coupling* 係数 β をいかに選べば、ある一定量の *beam current* を加速するのに必要な generator の power を最小にすることが出来るかと言う事である。その結果は等価回路を計算することによって求めることが出来て、次のようになる³⁾。

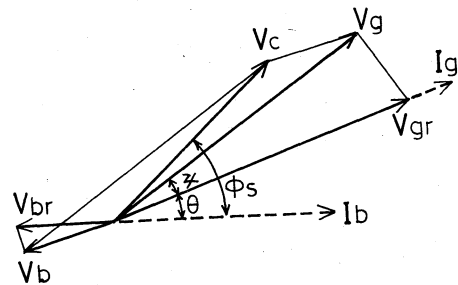


Fig. 3 $\Delta\omega \neq 0$ のとき、generator I_g 及び beam I_b と cavity 内のそれぞれの電圧の関係。

$$\theta = \gamma_s$$

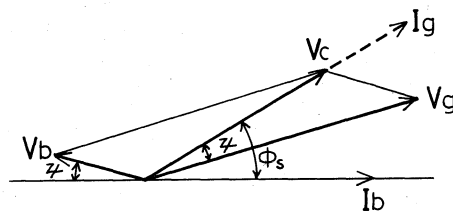
$$\tan \gamma = -\frac{I_0 R}{V_c (1 + \beta)} \sin \phi_s$$

$$\beta = 1 + \frac{I_0 V_c \cos \phi_s}{V_c^2 / R}$$

$$= 1 + \frac{\text{absorbed power by beam}}{\text{dissipated power by cavity}}$$

R : effective shunt impedance

この時、cavity からの反射は零であり、これらの結果を図示したものが Fig. 4 である。



(2) 過渡状態に於ける beam loading

Fig. 2 (b) の等価回路に於て、current I_g, I_b Fig. 4 Fig. 3 の最適な状態から *step function* で変化した時、その過渡状態

での電圧は、その変化の起る前の状態 $V(t \leq 0)$ 及び起った後の状態 $V(t = \infty)$ 、即ち、二つの定常状態の中間状態 $V(t)$ として、次式のように表わすことが出来る。

$$V(t) = V(0) + [V(\infty) - V(0)] [1 - e^{-\frac{t}{T_b} (1 - j \tan \gamma)}], \quad T_b = 2Q_L / \omega$$

この $V(0)$ 及び $V(\infty)$ はそれぞれ (2) 式によって求めることが出来る。ここで、beam loading の場合には

$$V(0) = 0$$

$$V(\infty) = V_{br} \cos \gamma \cdot e^{j\gamma}$$

であり

$$V_b(t) = V_{br} \cos \gamma \cdot e^{j\gamma} [1 - e^{-\frac{t}{T_b} (1 - j \tan \gamma)}] \quad (3)$$

となる。今ここで、 $t = \Delta T \ll T_b$ とすると

$$V_b(\Delta T) = V_{br} \cos \gamma e^{j\gamma \frac{1}{\cos \gamma}} \cdot e^{-j\gamma \frac{\Delta T}{T_b}}$$

$$= V_{br} \frac{\Delta T}{T_b}$$

となる。この結果、beamのホールス中 ΔT が cavityの build up time T_b に比べて非常に短かき場合は、beamによって induce される電圧 $V_b(\Delta T)$ は cavityの tuning 状態には全く関係なく、beam current の角度 180° 反対方向に $V_{br} \cdot \Delta T / T_b$ なる大きさであることが解る。尚 Fig 5は

beamによって induce される電圧の時間とともに成長する様子を示すものである。

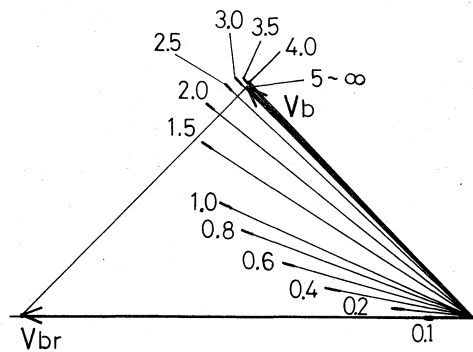


Fig. 5 (3)式の $\gamma = 45^\circ$ に於ける $V_b(t)$ の時間変化。それぞれの数字は $\alpha = \frac{t}{T_b} = \frac{40}{200} t$ を示す。

2 beam loading の補償 ($\Delta T \ll T_b$)

beam loading の影響は加速する beam の current の増加とともに、又 beam のホールス中が短い場合にはそのホールス中に比例して大きくなり、cavityの電圧は絶々と下がってくる。この電圧降下が余り大きくなり場合には、加速される beam の強度はほとんど変化しないが、電圧降下によって起る beam の位相安定角の時間的变化は beam の性質、即ち、エミッタンスとインレキの広がりなどと飛くことになる。更に電圧降下が大きくなってくると入射される beam のほとんどが加速されなくなってしまふ。

KEK 20 MeV proton linac の通常の運転に於ける beam のホールス中及び強度はそれぞれ $6 \mu s$, $150 mA$ であり、beam の吸収する power 及び energy はそれぞれ $3 MW$, 18 joule となる。一方 cavity に正常な加速電圧を excite するために必要な power は約 $1 MW$ であり、この時 cavity に貯えられる energy は約 200 joule である。従ってこの時 loading による電圧降下は 9% ともなり、その影響は Fig. 6 に見られるように 加速される beam 波开始に現れてくる。

この loading の影響を取り除くには、beam が入射されたと同時に、外部より cavity に少なくとも beam が吸収しただけの power を与えておさなければならぬ。この compensation の方法についていくつかの方法が考えられるが、ここで三つの場合について調べてみることにする。

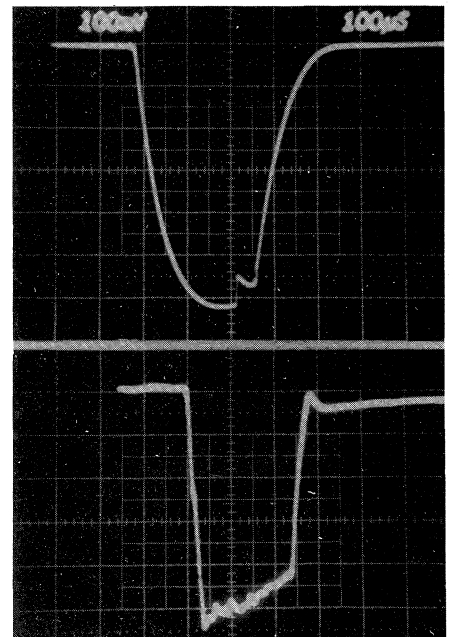


Fig. 6 amplitude の compensation が無い場合の beam loading の様子。上は cavity の RFL レベル、下は beam の波开始。

- (1) compensation 専用の generator (I_g') による方法 (Fig. 7)。
- (2) excitation と compensation を同一の generator で amplitude modulation 及び phase shift を行う方法 (Fig. 8)
- (3) excitation と compensation を同一の generator で amplitude modulation 及び detuning を行う方法 (Fig. 9)

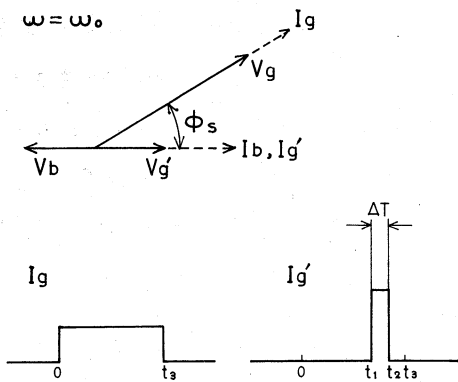


Fig. 7 二つの generator I_g, I_g' による場合 (1)
 $I_g' = I_b$

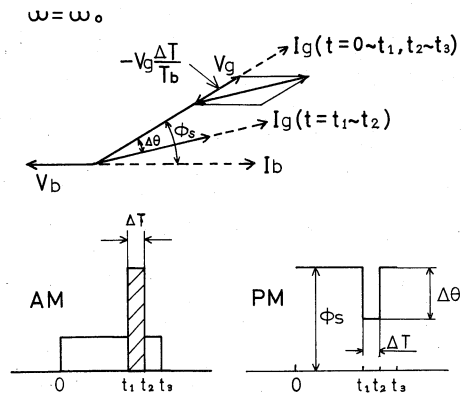


Fig. 8 同一の generator で AM と PM に
 による場合 (2)

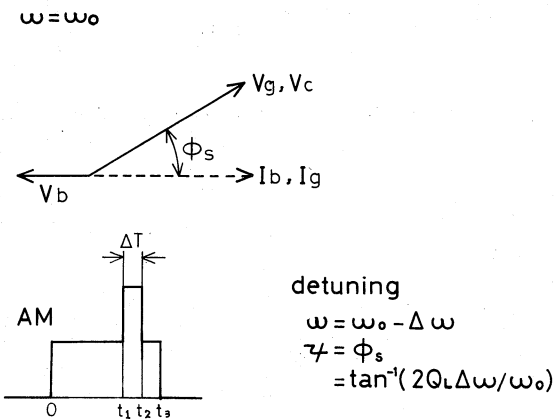


Fig. 9 同一の generator で AM と detuning
 による場合 (3)

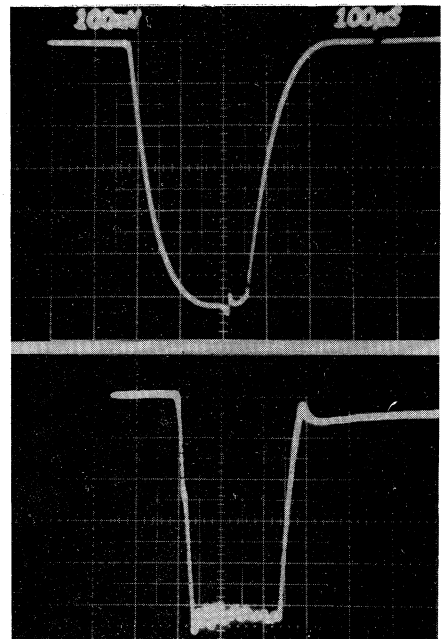


Fig. 10 Fig. 6 で compensation を行った場合
 のそれぞれの波形 ($\Delta\omega/2\pi = -5\text{kHz}$, 730mA)

KEK の場合 (3) の方法に違いがあるが、現在 generator の output power が不足しているため十分な compensation が出来ず、Fig. 10 に示すような電圧降下が起っている。またこの方法による detuning は相当大的な量であり、かなりの反射があり、しかも cavity の電圧波形には オーバーシュートも現われる (Fig. 5)。しかしながら、この detuning 量は完全に

compesateした場合であって、現在のよ様に電圧降下かまが残っている場合は cavity 電圧に対する beam の位相角 φ_s が時々刻々と変化し、induce される電圧の位相が回転してしまふ。従って detuning 量は その時の cavity 電圧の降下する割合によって決められるものである。KEK の通常運転では、 $\Delta\omega/2\pi = -5 \sim -7$ kHz の detuning を行つてゐるが、この量は amplitude modulation を行うとき、RF system で phase shift が起るため (2) の方法の効量も加わつてきて (3) だけの方法による detuning ではなくなつてゐる。従つて、この detuning 量は RF system 全体に関連したものである。また、cavity の電圧はその絶対値のみを見てゐるばかりであつて、その位相までは monitor してゐるが、加速された beam bunch の phase shift は 5° 以内であり、しかも cavity が single tank であるため phase shift に対して直傳的には余り影響はないと思われる。今後、更に進んだ compesation 及びその解析が必需であるが、現在主に最大 RF 出力の増強に努力が注がれてゐる。

References

- 1) T. Nishikawa, Normal mode analysis of standing wave linac; field excitation and beam loading in linac cavities, BNL Rept. AADD 87.
- 2) P. B. Wilson in Linear Accelerators, P. Lapostolle and A. Septier, eds. (North Holland, Amsterdam) ch E. 2.
- 3) P. B. Wilson, Beam loading in high energy storage rings, PEP Note 37.