

[F16p26]

ESTIMATION OF ELECTRON BEAM TRANSVERSE PROFILE USING GENETIC ALGORITHM

Satoshi TOMIOKA, Yoshiki MIZUSAWA and Takeaki ENOTO

Division of Quantum Engineering, Graduate school of Engineering, Hokkaido University
Kita 13, Nishi 8, Kita-ku, Sapporo, Hokkaido 060-8628, Japan

Abstract

We propose a new system that monitors a transverse profile of an electron beam generated from an accelerator. In this system, while operating for other experiments, it is able to monitor the profile. This system consists of some antennas and a current monitor. As an inverse problem, the genetic algorithm processes these signals, and it estimates the profile. As a result of simulation, it is useful except that it sometimes derives the spurious solution.

電子ビーム断面プロファイルの遺伝的アルゴリズムによる推定

1 はじめに

近年加速器の高品位化に伴い、電子ビームのエネルギー、エミッタンス、位置、電流等の基本量のみならず、空間的あるいは時間的な形状を求めることも必要となっている。空間分布の形状の測定にはマルチワイヤモニタ、スクリーンモニタ等が考案、実用化されているが、これらはいずれも接触型であるため、運転をしながらのモニタリングは不可能である。

本研究では、非接触型で得られる幾つかの測定値をもとに、電子ビームの空間分布を、逆問題として、解くことを目的としている。

電子ビームは、その周囲に距離の関数で与えられる電磁界を放出しながら進行する。これを複数のアンテナで測定すれば、電子ビーム自体の空間分布を、推定できるはずである。これらの測定値には、電子ビームとアンテナの距離のみならず、アンテナを含む測定系の特性を考慮する必要があり、複雑な系となるため、代数方程式を解くタイプの逆問題解析法には、不向きである。

また、推定パラメータの数が、測定データの数よりも多い、ill-pose 問題に分類されることも考慮して、逆問題解析手法には、遺伝的アルゴリズムを採用する。

2 電子ビームの断面内分布

加速器の電子ビームは、四重極磁石等の収束系により輸送される。四重極磁石は磁場勾配に比例した力を

電子ビームに与え、 xy 面内の一方の軸方向に対して収束を、他方には発散作用を有する。従って、入射ビームが xy 面に関して等方な分布、即ち分布の等高線が円形のビームは、四重極磁石により等高線が楕円形状となる分布に変換される。これは、四重極磁石を数段組み合わせた FODO セルのような配置についても、同じ結果となる。

ところで、エネルギーが異なる場合には、収束力は同じであるが、電子の質量が異なる ($m = m_0\gamma$) ため、断面内の電子の加速度が異なり、その結果、分布形状もエネルギーに依存することになる。つまり、入射面において等方のガウス分布を有する電子ビームは、ある断面において、楕円分布を積分した形

$$\rho(x, y) = \int \rho_0'(E) f(E) dE = \sum_i \rho_{0i} f_i \quad (1)$$

$$f_i = \frac{\sigma_{xi}\sigma_{yi}}{\pi} e^{-\left(\frac{(x-x_{ci})^2}{\sigma_{xi}^2} + \frac{(y-y_{ci})^2}{\sigma_{yi}^2}\right)} \quad (2)$$

で与えられる。但し、 ρ_0' は単位エネルギー幅あたりの電子密度である。上式の一例として、十字形状の分布が挙げられる。

3 検出器の性質

検出器には、電界を検出するアンテナとカレントモニタを考える。

速度 $v_z = \beta c$ で移動する電子ビームを

$$\rho = \rho_0 g_{\perp}(x, y) g_z(t - z/v_z) \quad (3)$$

とし、 $g_z(t)$ に関するフーリエ変換を $\hat{g}_z(\omega)$ とすると、電子ビームの作る場は、

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = \mathbf{S} \quad (4)$$

$$\mathbf{S} = \frac{\rho_0}{\epsilon_0} \hat{g}_z \mathbf{S}_2(x, y) Z(z) \quad (5)$$

$$\mathbf{S}_2 = \nabla_{\perp} g_{\perp} - \mathbf{e}_z \frac{jk' g_{\perp}}{\gamma^2} \quad (6)$$

$$Z = e^{-jk'z} \quad (7)$$

を満足する。ここで、 $k' = \omega/v_z = k/\beta$ である。

上式の任意の点 \mathbf{r}_0 での解は、グリーン関数 u^* を用いると、

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \iiint \mathbf{S} u^* dx dy dz \quad (8)$$

$$u^* = \frac{1}{4\pi r} e^{jkr} \quad (9)$$

で与えられるが、 z に関する積分は解析的に求められ、

$$I_z = \int Z u^* dz = 2e^{-jk'z_0} K_0(\Delta k r') \quad (10)$$

$$\Delta k = \sqrt{k'^2 - k^2} \quad (11)$$

$$r' = \sqrt{(x-x_0)^2 - (y-y_0)^2} \quad (12)$$

となる。ここで K_0 は0次の第2種変形ベッセル関数である。更に、 \mathbf{S}_2 内の勾配を部分積分すれば、

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_0) = \frac{\rho_0}{4\pi\epsilon_0} \hat{g}_z \iint g_{\perp} \mathbf{G}(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) dx dy \quad (13)$$

$$\mathbf{G}(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) = -\Delta k K_1(\Delta k r') \mathbf{e}_r - \frac{jk'}{\gamma^2} K_0(\Delta k r') \mathbf{e}_z \quad (14)$$

を得る。この \mathbf{G} は断面内のグリーン関数とみなせる。 z 成分は γ の自乗に逆比例するため、高エネルギーの加速器の場合には、 xy 成分を検出した方が有利である。この電界の特定の成分(\mathbf{e}_A)のみを検出し、その測定系のゲイン等も含んだ比例定数を A_A とすると、アンテナでの検出強度 S は、

$$S_A = A_A \mathbf{e}_A \cdot \iint g_{\perp} \mathbf{G}(\mathbf{r}; \mathbf{r}_0) dx dy \quad (15)$$

となる。

一方、カレントモニターの出力は、断面内の電荷の総積分量で与えられる。

$$S_J = A_J \iint g_{\perp} dx dy \quad (16)$$

4 評価関数

逆問題を解く場合には評価関数に何を選ぶかが、重要な問題になる。真の分布を f^0 、測定に伴う雑音を

n_i とすると、ある検出器 i の測定値 S_i^m は、

$$S_i^m = \mathcal{L}_i\{f^0\} + n_i \quad (17)$$

で与えられる。ここで、 \mathcal{L}_i は測定系の応答関数にあたる演算で、本稿では(15),(16)式にあたり、この演算子に対する逆変換 \mathcal{L}^{-1} は存在しない。

一方、逆問題解法により推定された分布 f^e から得られる検出器の出力 S_i^e には、雑音は含まれない。

$$S_i^e = \mathcal{L}_i\{f^e\} \quad (18)$$

評価関数として、

$$E = \frac{1}{N} \sum_i |S_i^e - S_i^m| \quad (19)$$

を選び、これが最小となるように f^e を決定すれば良い。(15),(16)式を用いると、上式は

$$\begin{aligned} E &= \frac{1}{N} \left| \iint \sum B_i (f^e - f^0) dx dy - \sum n_i \right| \\ &\sim \frac{1}{N} \left| \iint \sum B_i (f^e - f^0) dx dy \right| \\ &\leq \frac{1}{N} \iint \sum B_i |f^e - f^0| dx dy \end{aligned} \quad (20)$$

$$B_i = \begin{cases} A_i \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{G}_i & \text{for antenna} \\ A_i & \text{for current monitor} \end{cases} \quad (21)$$

と表される。

理想的な評価関数 \bar{E} は、任意の正の重み関数 w を用いて

$$\bar{E} = A \iint w |f^e - f^0| dx dy \quad (22)$$

と表され、(20)式の右辺は \bar{E} とみなせる。つまり、評価関数が理想的な評価関数よりも小さな値を取り得る。例えば、 $E=0$ となる条件は、至るところで $f^e = f^0$ となる場合の他に、 f^0 の積分と f^e の積分が一致する条件も含まれる。従って、(20)式の評価関数だけでは偽の解に収束する可能性がある。特に推定パラメータの数が測定データより多い場合、あるいは測定データの独立性が低い場合等の ill-posed 問題では、この傾向は強くなる。アンテナの配置等の考慮が偽の解の除去に有効と思われるが、今後の検討事項である。

5 遺伝的アルゴリズムの適用

遺伝的アルゴリズム^[1]は、評価関数を環境、パラメータを染色体、パラメータ列を遺伝子と見立て、生物の進化を模擬したもので、環境への適合度が高いもの程子孫を残す、すなわち最適パラメータを探索するアル

ゴリズムである。モンテカルロ法によって、順解析を繰り返す手法と似ているが、進化により優れたパラメータ列を基に次世代のパラメータ列を生成するため、収束が速い。

本研究では電子ビームの断面分布を遺伝子に見立てる。当然のことながら、そのパラメータ(染色体)の数が多ければ収束は遅くなる。そこで断面内分布には、 $\rho_{0i}' \Delta E, x_{ci}, y_{ci}$ を一定とし、

$$g_{\perp} = \sum_{i=0}^{n_{\theta}} \rho_{0i}' \Delta E \frac{\sigma_{xi} \sigma_{yi}}{\pi} e^{-\left(\frac{(x-x_c)^2}{\sigma_{xi}^2} + \frac{(y-y_c)^2}{\sigma_{yi}^2}\right)} \quad (23)$$

を選んだ。さらに、 $\sigma_{xi} \sigma_{yi} = \sigma_0^2$ とした。また、異なる遺伝子が同一の分布を表すような冗長性は、解空間を広げることになり、収束の悪化を招くので、それを避けるため、

$$\sigma_{xi} = \sigma_0 e^{\theta_i}, \quad \sigma_{yi} = \sigma_0 e^{-\theta_i} \quad (24)$$

$$\theta_i = \theta_0 - \frac{\Delta\theta}{2} + i \frac{\Delta\theta}{n\theta} \quad (25)$$

を選んだ。染色体には、 $(x_c, y_c, \rho_0' \Delta E, \theta_0, \Delta\theta, \sigma_0)$ の6つの実数パラメータを与える。

進化の戦略には、実数の交叉(親遺伝子対の各染色体の内挿と外挿)、染色体の交換による交叉、突然変移、擾乱の四種を用いた。このうち擾乱は、筆者らの提案するもので、局所的な突然変移とみなすことができ、親遺伝子の染色体に小振幅ノイズを加えたものである。突然変移が局所解への落ち込みを防ぐことを目的とするのに対し、擾乱は優勢遺伝子近傍の探索を目的とする。

各戦略毎に子孫を残すべき親遺伝子として選択される確率 p_j は評価関数により決定される。子孫を残すか否かの閾値を E_{th} とすると、

$$p_j = \frac{E_{th} - E_j'}{\sum_j (E_{th} - E_j')} \quad (26)$$

$$E_j' = \begin{cases} E_j & : E_j < E_{th} \\ E_{th} & : E_j \geq E_{th} \end{cases} \quad (27)$$

この E_{th} の設定を厳しくすると、収束を速くするものの、局所解に陥る可能性も有り得るので注意を要する。

シミュレーション例を図1に示す。この解析では実測値の代わりに、真の分布を基に測定系の出力を模擬している。図中の矢印は4つのアンテナと電界検出成分の向きを示している。図には表されていないが、カレントモニタの出力も推定に利用している。なお、遺伝子数は30とし、50世代で打ち切った。推定結果(a),(b)はほぼ正しい推定をしている。それに対して、(c)は評価関数が(b)よりも低いのに正しい推定はで

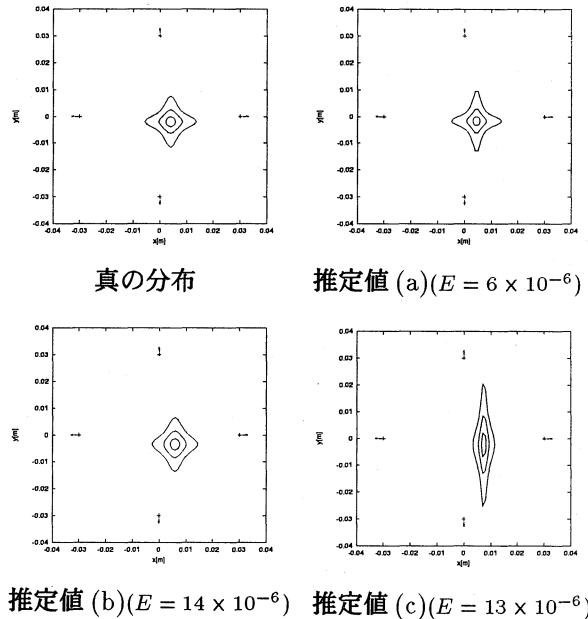


図1: 推定シミュレーション結果

きていない。これは、評価関数の性質に起因する偽の解である。また、結果は示さないが、 $S/N \sim 100$ 程度の雑音に対しても同様の推定結果を得ている。

6 結論

電子ビームから放出される電磁波のアンテナによる測定値と、カレントモニタからの測定値を基に、遺伝的アルゴリズムを用いた、電子ビーム断面プロファイル推定は可能である。測定値に若干の誤差を加えた場合にも、推定は可能であることが解った。但し、評価関数の性質から、偽の解(局所解ではない)を混入する可能性があり、その除去法を検討すべきである。

謝辞

本研究は、科学研究費補助金(奨励研究(A))「相対論的電子ビームの非接触型プロファイルモニタの開発」の補助を得て行なっている。

参考文献

- [1] 北野宏明編:「遺伝的アルゴリズム」, 産業図書(1993)