

## 東北大学における極短電子バンチを用いた コヒーレントアンジュレータ放射光発生

### GENERATION OF COHERENT UNDULATOR RADIATION BASED ON ULTRA-SHORT ELECTRON BUNCH AT TOHOKU UNIVERSITY

柏木茂<sup>#</sup>, 日出富士雄, 武藤俊哉, 齊藤寛峻, 阿部太郎, 柴崎義信, 南部健一, 長澤育郎,  
高橋健, 東谷千比呂, 小林恵理子, 浜広幸

Shigeru Kashiwagi<sup>#</sup>, Fujio Hinode, Toshiya Muto, Hirotaka Saito, Taro Abe, Yoshinobu Shibasaki,  
Kenichi Nanbu, Ikuro Nagasawa, Ken Takahashi, Chihiro Tokoku, Eriko Kobayashi and Hiroyuki Hama

<sup>A)</sup> Research Center for Electron Photon Science (ELPH), Tohoku University

#### Abstract

A test accelerator as a coherent terahertz source (t-ACTS) has been under development at Tohoku University [1], in which a generation of intense coherent terahertz (THz) radiation via an extremely short electron bunch. Velocity bunching scheme in a traveling accelerating structure is employed to generate the extremely short electron bunch and a sub-picosecond electron bunch generation was demonstrated. A long-period undulator, which has 25 periods with a period length of 10 cm and a peak magnetic field of 0.41 T, has been also developed and installed to provide intense coherent THz radiation. Matching condition of beam injection to the undulator was derived from the undulator parameters. Numerical studies were performed about a coherent THz radiation from the undulator. Electric field and the spectrum of undulator radiation for single electron and Gaussian shape of electron bunch in longitudinal direction were calculated. By optimizing the bunch length, it was found that it is possible to generate a perfectly coherent THz light. The angular distributions of undulator radiation for the fundamental mode also derived from the undulator parameters. The results of this study for the undulator radiation is described in this paper.

#### 1. はじめに

東北大学電子光理学研究センターでは極短電子バンチを使った加速器ベースの高輝度テラヘルツ光源の開発研究を行なっている。これまでに、熱陰極高周波電子銃、アルファ電磁石、3 m 長 S バンド加速管で構成される最大エネルギー50 MeV の試験加速器 (t-ACTS) の建設を完了し、現在は加速管中での Velocity bunching による極短電子バンチ生成実験を行なっている。また、テラヘルツ光発生用に全長2.5 m の Halbach 型アンジュレータ (周期長: 100 mm、周期数: 25) の製作および磁場測定も完了しており、極短電子バンチを用いた波長が 300  $\mu\text{m}$  付近の狭帯域かつコヒーレントなアンジュレータ放射光発生実験の準備を進めている。今回、アンジュレータ磁場測定結果をもとに、数値計算によるアンジュレータへのビームの入射条件についての考察およびアンジュレータ放射の電場分布や波長スペクトル、角度分布について評価を行なった。

#### 2. 極短電子バンチ生成

t-ACTS では、進行波加速管中での Velocity bunching により極短電子バンチを生成する。Velocity bunching 法では、加速管中の電場勾配により決まる縦方向位相空間の等ポテンシャル線に沿って粒子は

運動する。ビームを加速管に入射する際にこの等ポテンシャル線に沿うように入射することによって、最終的に時間幅の短い電子バンチを生成することが可能である。我々はこれまでにビームの縦方向位相空間分布を制御することが可能な独立二空洞制御型熱陰極高周波電子銃 (Independently Tunable Cell (ITC) thermionic cathode RF gun) を開発した。この RF 電子銃空洞では、2 つの空洞に供給する電力と位相を変化させることによりビームの縦方向位相空間分布を Velocity bunching に適した分布へと制御できる。また、アルファ電磁石内に設置した金属スリットを使いビームの低エネルギー部分を取り除き、加速管へと入射する。

Velocity bunching の原理を確認するために、電子ビームを加速管に入射する位相と圧縮後のバンチ長の関係を実験するビーム実験を行なった。バンチ長は、電子ビームにより発生した遷移放射光 (OTR) をストリークカメラを使い測定した。エネルギーが最大となる位相にビームを加速管へ入射した場合は、ビームは縦方向位相空間では殆どそのままの状態に加速され回転しないためバンチ長は圧縮されないが、入射位相を RF ゼロクロス位相に近づけていくにしたがって加速後のバンチ長は短くなっていき、ゼロクロス付近の入射位相で最短となる。これまでのビーム実験でストリークカメラを用いたバンチ長計測により、RF ゼロクロス付近でサブピコ秒電子バン

<sup>#</sup> kashiwagi@lms.tohoku.ac.jp

Table 1: THz Undulator Parameters

Undulator type	Halbach planer type
Size of magnets	110×65×25 mm <sup>3</sup>
Material and coating	Nd-Fe-B · TiN
Period length and number	100 mm · 25 periods
Undulator length	2.532 m
Peak magnetic strength	0.41 T (g = 54 mm)
K value	3.82 (max)

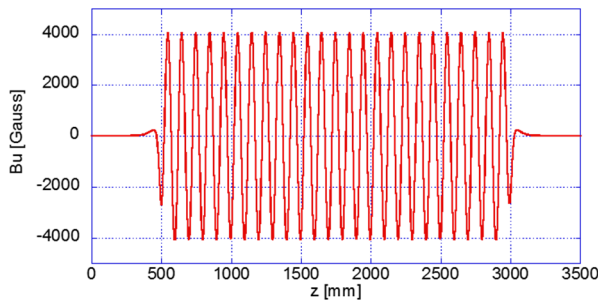


Figure 1: Measured magnetic field of the THz undulator with gap = 54 mm.

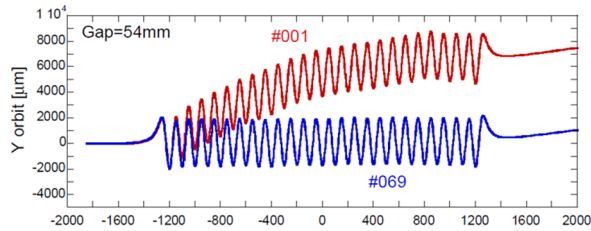


Figure 2: Expected beam trajectories derived from measured magnetic field with before and after tuning. チが生成できていることを確認した[2]。

### 3. テラヘルツアンジュレータ

高輝度テラヘルツ光発生のために開発したアンジュレータの基本パラメータを Table 1 に示す。また、ホール素子で測定したアンジュレータ磁場および測定磁場から求めた電子軌道を Fig. 1 と Fig. 2 に示す。開発したアンジュレータはギャップが水平方向に開閉し、電子ビームは鉛直方向面内で蛇行運動する。アンジュレータの周期長と周期数はそれぞれ 100 mm と 25 周期、磁石サイズは 110×65×25 mm<sup>3</sup> である。アンジュレータの端部に横磁化磁石を配置することにより電子ビームの入射軸とアンジュレータ内での蛇行運動の軸が同じになるように設計した。ギャップ可動範囲は 44~110 mm であるが、発生する THz 光

の放射角度が大きいことや自由空間モードでの THz FEL 開発も行なうことから、ビーム実験はギャップ 54~68 mm の範囲で行う予定である。測定されたピーク磁場強度は、ギャップが 54mm の時に約 0.41 T であった。本アンジュレータでは、電子ビームエネルギーを 19 MeV としたとき、波長 300~136 μm (1.0~2.2 THz) のテラヘルツ光の発生が可能である。

### 3. アンジュレータ放射光発生

#### 3.1 ビーム入射条件

最初にアンジュレータへのビームの入射条件について考察する。ここでは実際に開発したアンジュレータと同じようにビームは垂直面内 (y-z 平面内) で蛇行する。アンジュレータ入口での Twiss パラメータを  $\alpha_0, \beta_0$ 、エミッタンスを  $\epsilon$  とする。垂直方向に関してはアンジュレータ内でビームに集束力は働かないので自由空間と同じである。 $\beta$  関数の変化と長さ  $l$  のアンジュレータ内での平均の  $\beta$  関数は以下のようなになる。(y の添字は省略する)

$$\beta(z) = \beta_0 - 2\alpha_0 z + \frac{1}{\beta_0} (1 + \alpha_0^2) z^2 \quad (1)$$

$$\bar{\beta} = \frac{1}{l} \int_0^l \beta dz = \beta_0 - \alpha_0 l + \frac{l^2}{3\beta_0} (1 + \alpha_0^2) \quad (2)$$

平均の  $\beta$  関数が最小となる  $\alpha_{y0}, \beta_{y0}$  は、 $l=2.5$  m の時、 $\alpha_{y0}=1.73, \beta_{y0}=2.89$  となり、平均の  $\beta$  関数は 1.44 m である。

次に、水平方向の  $\beta$  関数の変化はアンジュレータを四極電磁石として置き換えることによって次式のように書き表すことができる。(x の添字は省略する)

$$\beta(z) = \frac{\beta_0}{2} + \frac{(1 + \alpha_0^2)}{2k\beta_0} + \left[ \frac{\beta_0}{2} - \frac{(1 + \alpha_0^2)}{2k\beta_0} \right] \cos(2\sqrt{k}z) - \frac{\alpha_0}{\sqrt{k}} \sin(2\sqrt{k}z) \quad (3)$$

ここで、 $k$  [1/m<sup>2</sup>] はアンジュレータの自然集束力である。(3)式からビームサイズの変化の周期は集束の強さ( $k$ )に依存し、入射の Twiss パラメータなどに依存しないことが分かる。アンジュレータ内でビームサイズが小さく、また変化しないようにする条件 (適合条件) は、

$$\alpha_{x0} = 0, \quad \beta_{x0} = \sqrt{\frac{1}{k}} \quad (4)$$

となる。アンジュレータの自然集束力は次式から求めることができる。(linear fringe 近似)。

$$k = \frac{8}{3} \pi (8 - \pi) \frac{K^2}{\lambda_w^2 \gamma^2} \quad (5)$$

ここで、 $K$  はアンジュレータ  $K$  値、 $\lambda_w$  はアンジュレータ周期長、 $\gamma$  はローレンツ因子である。開発したアンジュレータパラメータとビームエネルギー  $E=19$  MeV、ピーク磁場  $B_0=0.41$  T から  $k=43.17$  1/m<sup>2</sup>

となり、適合条件 $\alpha_{x0} = 0, \beta_{y0} = 0.152$  が求まる。アンジュレータ入口での Twiss パラメータをこの条件に合わせるとアンジュレータ内で $\beta$ 関数が一定となる。また、この適合条件よりも大きな関数で入射した場合はアンジュレータ内でビームが周期的に大きく振動する。

### 3.2 アンジュレータ放射

電子ビームがアンジュレータを通過する際にする電磁場について考察する。1つの電子が作る電磁場はリエナール・ヴィーヘルトポテンシャルから次式のように得られる。第1項は速度依存の場、第2項が加速度依存の場に相当する。[3, 4]

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(t) &= \mathbf{E}_v(t) + \mathbf{E}_a(t) \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{(1-\beta^2) \cdot (\mathbf{n}-\boldsymbol{\beta})}{R^2(1-\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\beta})^3} - \frac{\mathbf{n} \times \{(\mathbf{n}-\boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\}}{cR(1-\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\beta})^3} \right]_r \end{aligned} \quad (6)$$

上記(6)式の第1項は第2項に比べ非常に小さく、輻射成分としては $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}a(t)$ を用いる。また、観測者が単位立体角あたりに受ける単位時間、単位周波数

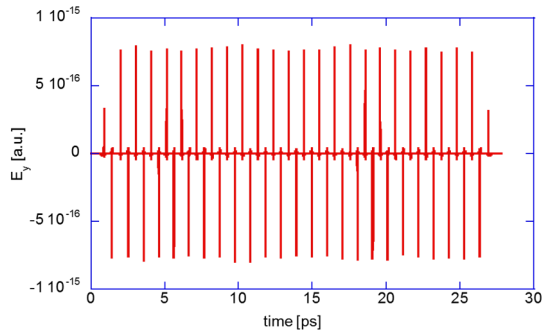


Figure 4: Electric field of undulator radiation at observation position.

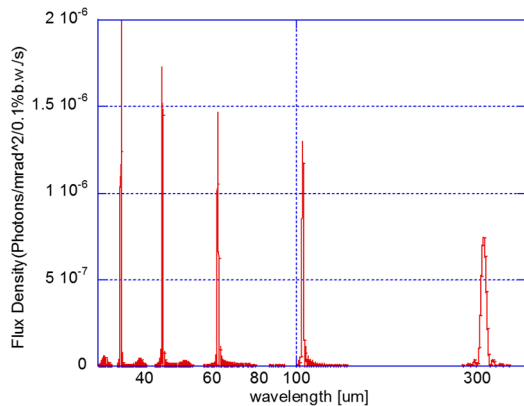


Figure 5: Spectrum of undulator radiation with K = 3.8. Electron energy is 19 MeV single electron.

( $\Delta\omega$ )あたりの1電子の放射パワーは次式より求めた。

$$N_{photon} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0\hbar c} |A(\omega)|^2 \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega} \quad (7)$$

$$A(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\mathbf{n} \times \{(\mathbf{n}-\boldsymbol{\beta}) \times \dot{\boldsymbol{\beta}}\}}{(1-\mathbf{n}\cdot\boldsymbol{\beta})} \exp(i\omega t) dt \quad (8)$$

実際の計算では、まずアンジュレータ磁場を表面磁荷法[5]を用いて計算し、その磁場中の電子の軌道は運動方程式を4次のルンゲクッタ法で解くことにより求めた。Fig. 4にアンジュレータより10 m下流の地点で観測される電場分布、Fig. 5にアンジュレータ放射スペクトルを示す。この時、電子のエネルギーを19 MeV、アンジュレータのK値は3.88とし

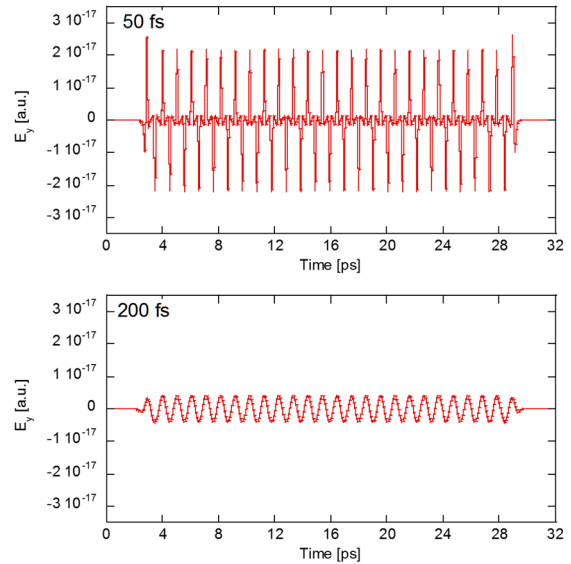


Figure 6: Electric fields of undulator radiation from Gaussian bunch with  $\sigma_t = 50$  fs (up) and 200 fs (down).

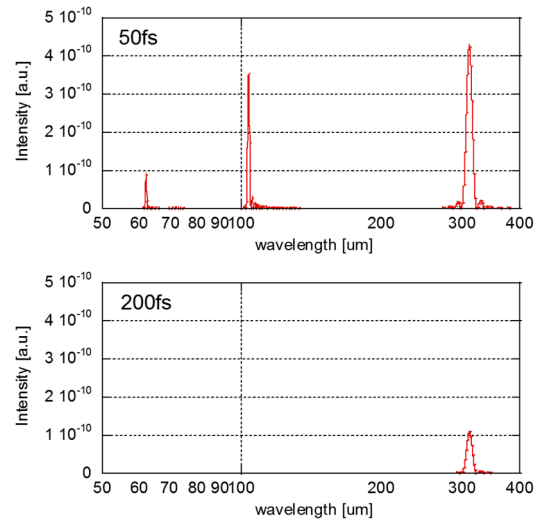


Figure 7: Spectrum of undulator radiation for Gaussian bunch with bunch length  $\sigma_t = 50$  fs (up) and 200 fs (down).

た。基本波の波長は約  $310 \mu\text{m}$  (約 1 THz) である。

次に、1 つの電子の作る電場をもとに時間方向にガウス分布 ( $\sigma_t = 50 \text{ fs}$ ,  $\sigma_t = 200 \text{ fs}$ ) する電子バンチが作る放射電場とそのスペクトルを求めた。Fig. 6 に観測される電場の時間変化、Fig.7 にアンジュレータ放射スペクトルを示す。バンチ長が  $50 \text{ fs}$  の場合は観測される電場が高い周波数成分を含んでいることが見て分かる。一方、 $200 \text{ fs}$  の場合は電場がきれいな正弦波となっており、放射スペクトルからも基本波の波長のみが強調されている。

次にアンジュレータ放射の角度分布を求める。単位立体角あたりの放射パワーは以下の式より導出することができる。[6]

$$\frac{dP}{d\Omega} = N_u \frac{e^2 \gamma^4 \omega_0}{2\pi^2 \epsilon_0 c} K_x^2 \int_{-\pi}^{\pi} \sin^2 \alpha \left[ \frac{1}{D^3} - \frac{4X^2}{D^5} \right] d\alpha \quad (9)$$

ここで、 $N_u$ ,  $K_x$  はアンジュレータ周期数、水平方向の  $K$  値、各変数は

$$D = 1 + X^2 + Y^2, \\ X = K_x \cos(\omega_0 t') - \gamma\psi, \quad Y = K_y \sin(\omega_0 t') - \gamma\theta$$

である。また、 $\theta$  は観測方向と  $z$  軸のなす角、 $\psi$  は観測方向と  $x$ - $z$  平面のなす角とした。今回のアンジュレータはビームを垂直方向 ( $y$  方向) に偏向するタイプなので  $K_y = 0$  である。Fig.8 にアンジュレータ放射 (基本波) の角度分布を示す。電子ビームエネルギー  $19 \text{ MeV}$ 、アンジュレーの  $K$  値が  $3.88$  の場合、アンジュレータ放射の角度拡がりは  $\pm 10 \text{ mrad}$  以上であることが分かる。

#### 4. まとめ

これまでに開発したテラヘルツ発生用アンジュレータへの電子ビームの入射条件および、発生するアンジュレータ放射光の電場分布、スペクトル、角

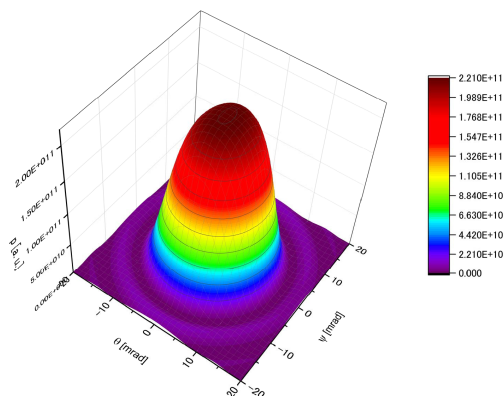


Figure 8: 3D-plot of the angular distribution of undulator radiation for fundamental mode.

度分布を数値計算により求めた。

アンジュレータへの電子ビームの入射は、アンジュレータの自然集束力が大きいために水平方向の  $\beta$  関数を  $1 \text{ m}$  以下にする必要があることが分かった。

ガウシアン分布を仮定したアンジュレータ放射の計算では、基本波の波長が  $310 \mu\text{m}$  の時、バンチ長を  $\sigma_t = 200 \text{ fs}$  にすると高次光などを含まない強いコヒーレントな放射 (超放射) を得られることが分かった。この基本波成分のみのアンジュレータ放射は、コヒーレントな光の干渉性を用いることにより偏光制御を可能にする。現在、この特長を活かし 2 台の交叉型アンジュレータ (それぞれ水平偏光、垂直偏光した光を発生) と光位相シフターを用いた偏光可変の THz 超放射生成を計画している。

また、アンジュレータ放射の角度分布についても数値計算を行い、放射光の角度拡がり  $\pm 10 \text{ mrad}$  以上であることが分かった。現在、アンジュレータ下流で使用している四極電磁石や偏向電磁石のビームダクト径は  $20 \text{ mm}$  程度であるので、実際に THz 発生実験を行なう際は、四極電磁石のボア径や偏向電磁石のギャップが大きなものに変更する必要がある。また、数値計算により求めた放射の角度拡がり  $\pm 10 \text{ mrad}$  以上は THz 光学系の設計 (光輸送系、ダイヤモンド窓径の選択など) の貴重な情報になると考える。

今回の数値計算結果をもとに、アンジュレータへの電子ビームの入射および下流のビームライン設計、THz 計測用の光学システム設計を行い、できるだけ早期のコヒーレントアンジュレータ放射光発生を目指す。

#### 謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 基盤研究(S) 20226003、基盤研究(B) 25286084 の助成を受けたものです。

#### 参考文献

- [1] H. Hama et al., Energy Procedia 9 (2011) 391-397.
- [2] Proc. of LINAC2014 (Geneva, Switzerland, 2014), pp.1178-1181.
- [3] Jackson, J. D. (1998) [1962]. Classical Electrodynamics (3rd ed.). New York: John Wiley & Sons.
- [4] K.-J. Kim, "Characteristics of Synchrotron Radiation," AIP Conference Proceedings, 184, 565 (AIP, 1989).
- [5] G. Isoyama, Rev. Sci. Instrum. 60 (1989) 1826.
- [6] K.-J. Kim, Nucl. Instr. And Meth. A246 (1986) 67-70.