

シングルショット BPM 信号処理回路における バンドパスフィルタバンド幅のばらつきによる測定誤差 MEASUREMENT ERROR DUE TO BANDWIDTH VARIATIONS OF BANDPASS FILTER IN SINGLE-SHOT BPM SIGNAL PROCESSOR

柳田謙一*、鈴木伸介、花木博文
Kenichi Yanagida*, Shinsuke Suzuki, Hirofumi Hanaki
Japan Synchrotron Radiation Research Institute

Abstract

For beam position monitor (BPM), bandpass filter (BPF) is usually used to match input characteristics of RF detector circuit. In the case of single-shot beam position measurement, two or more BPFs are equipped and signals are processed in parallel. Output waveforms from BPFs are analyzed by means of Fourier and inverse Fourier transformation with signal processing functions of BPFs which have different center frequencies or bandwidths. Variations of center frequency or bandwidth give the differences in measured beam position depending on a beam macropulse width. A $381\mu\text{m}$ beam position difference appears between the short (1ns) and long ($1\mu\text{m}$) macropulse width cases supposing BPF center frequency of 2856MHz (acceleration frequency), an effective aperture radius of 16mm, a two-electrode position measurement and two-bandwidth of BPF (10 and 11MHz).

1. はじめに

SPring-8 線型加速器では 2000 年頃よりシングルショットビーム位置モニタ (Beam Position Monitor = BPM) を設置し、運用している [1]。シングルショット BPM では、BPM 電極数に相当する数 (通常 4 つ) の同時平行の信号処理系となる。

短マクロパルス幅 (例えば 1ns) ビームが BPM を通過する際に出力される信号をそのまま高周波 (RF) 検波回路に入力すると、検波回路の立ち上がり時間がビームマクロパルス幅に比べて大きなケースでは精度の良い RF 検出は不可能になる。我々はこれを避ける為、検波回路の前段に検波回路の立ち上がり周波数特性に比べて十分狭帯域 (例えば 10MHz) なバンドパスフィルタ (Bandpass Filter = BPF) を設置し、検波回路へ入力される RF マクロパルス幅が大きくなるように加工し、精度の良い RF 検出を可能にしている。

SPring-8 線型加速器 BPM では、BPF 通過後に RF 検波を行い、そのピーク電圧を用いてビーム位置計算を行う。4 台ある BPF の中心周波数若しくはバンド幅にばらつきがあった場合、ビームのマクロパルス幅に依存して観測されるビーム位置にずれ (誤差) が生じる事が 2000 年当時から判明していた。

当時はバンド幅が異なる BPF へ異なるマクロパルス幅の RF を入力する試験を行い、バンド幅のばらつきによる測定誤差がどの程度になるかを経験則で知るのみであったが、今回シミュレーションによる計算手法を確立したので今年会で結果を報告する。

計算手法は；

- BPM 出力信号 (パルス波形) をフーリエ変換により周波数領域スペクトルへ変換し、
- BPF によりスペクトルを加工、
- 加工後のスペクトルをフーリエ逆変換によりパルス波形へ変換する、

と云うものである。

シミュレーションを行うには前提となるモデルが必要であるが、SPring-8 線型加速器 BPM システムをモデルとして議論を進める。

2. BPM 出力信号のフーリエ変換

2.1 BPM 出力信号波形

SPring-8 線型加速器で採用されている静電型ストリップライン BPM は、ビームのマイクロバンチ形状 (時間情報) はそのまま、負極及び正極のバイポーラ波形が出力される [2]。Figure 1 及び 2 は、マイクロバンチが 3 個 (マクロパルス幅 1ns) 及び 115 個 (マクロパルス幅 40ns) のビームが通過した際の BPM 出力シミュレーション波形を示している (横軸データ間隔は 1ps)。

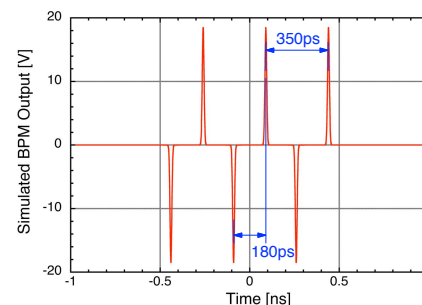


Figure 1: Simulated waveform of the BPM output with -20dB cable attenuation in the case of three microbunches (1ns macropulse width, 1nC/macropulse).

ビームの全電荷量は双方とも 1nC であるが、観測をビームトンネル外で行うとして、波形に -20dB のケーブルに因る減衰を付加している。マイクロバンチの長手方向電流分布は標準偏差 5ps の正規分布とした。本発表では計算を簡易に行うため、マイクロバンチ

*ken@spring8.or.jp

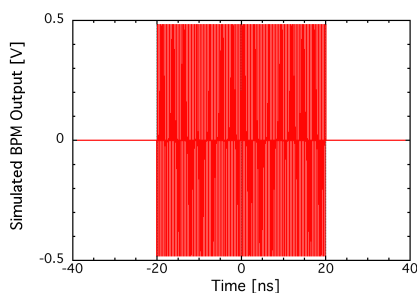


Figure 2: Simulated waveform of the BPM output with -20dB cable attenuation in the case of 115 microbunches (40ns macropulse width, 1nC/macropulse).

数は奇数とし、出力電圧の重心を時間軸（横軸）の原点としている。このようにすれば、BPM 出力波形が奇関数となりフーリエ変換を行った場合、正弦関数成分のみとなる。

Figure 1 では、正電圧ピークから正電圧ピーク至る間隔が 350ps (2856MHz) と加速周波数に対応するが、負電圧ピークから正電圧ピークに至る間隔が 180ps (2776MHz) となっている。これはストリップライン長が 27mm であるためである。

2.2 信号波形のフーリエ変換

Figure 1 及び 2 の波形を周波数領域のスペクトルへ変換するためにフーリエ変換を用いる。フーリエ変換の手法は、注目する周波数 f に対し、Fig. 1 及び 2 で与えられる波形と $\sin \omega t$ 若しくは $\cos \omega t$ の畳み込み積分を行いフーリエ係数（振幅）を得る ($\omega = 2\pi f$)。

フーリエ変換では原則的に、時刻積分範囲は正負無限大、積分ステップは無限小であるべきだが、コンピュータ計算の都合上、時刻範囲は $-1\mu\text{s} \sim 1\mu\text{s}$ 、ステップは 1ps とした (2メガステップ)。

また、周波数範囲及び間隔（ステップ）は任意であるが、フーリエ逆変換を考慮して、周波数範囲は $-10\text{GHz} \sim 10\text{GHz}$ 、ステップは 10kHz とした (2メガステップ)。

Figure 1 及び 2 のフーリエ変換が Fig. 3 及び 4 である（但し、周波数の正領域のみ表示）。波形を奇関数としたため正弦成分のみの振幅が現れている。

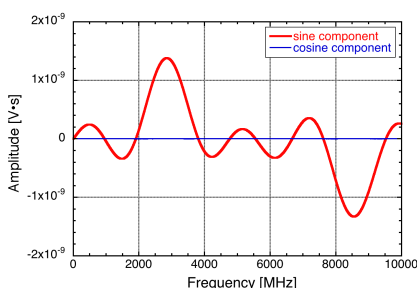


Figure 3: Simulated spectrum given by the Fourier transform of the waveform in Fig. 1.

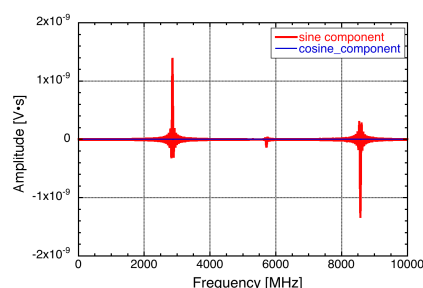


Figure 4: Simulated spectrum given by the Fourier transform of the waveform in Fig. 2.

3. BPF によるスペクトルの加工

3.1 BPF の構造と信号加工関数

BPF は Fig. 5 の様に 2 つの共振空洞から成る。各空洞には信号入力用の 2 つのループが付いており、一段目空洞の出カーループが二段目空洞の入カーループとつながっている [3]。BPF の共振（中心）周波数は 2856MHz 程度、バンド幅は 10MHz 程度である。

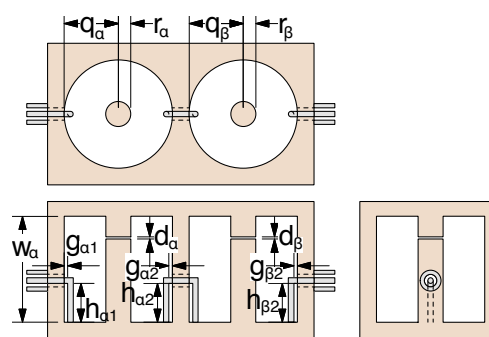


Figure 5: Schematic drawing of BPF structure.

一段目空洞の 2 つの抵抗、インダクタ及びキャパシタ成分を $R_{\alpha P}$, $R_{\alpha S}$, L_{α} , C_{α} 、二段目空洞の 2 つの抵抗、インダクタ及びキャパシタ成分を $R_{\beta P}$, $R_{\beta S}$, L_{β} , C_{β} とし、 $F(\omega)$ 及び $G(\omega)$ を Eq. (1) の様に定義した時、入出力の電圧比 $|V_{\text{out}}/V_{\text{in}}|$ 及び出力位相の遅れ・進み ϕ は Eq. (2) の様に与えられる（信号加工関数） [3]。

$$F(\omega) = R_{\alpha S} R_{\beta S} - \left(\omega L_{\alpha} - \frac{1}{\omega C_{\alpha}} \right) \left(\omega L_{\beta} - \frac{1}{\omega C_{\beta}} \right), \quad (1)$$

$$G(\omega) = R_{\alpha S} \left(\omega L_{\beta} - \frac{1}{\omega C_{\beta}} \right) + R_{\beta S} \left(\omega L_{\alpha} - \frac{1}{\omega C_{\alpha}} \right),$$

$$\left| \frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} \right| = \frac{R_{\alpha P} R_{\beta P}}{\sqrt{F(\omega)^2 + G(\omega)^2}}, \quad (2)$$

$$\phi = \cos^{-1} \frac{F(\omega)}{\sqrt{F(\omega)^2 + G(\omega)^2}} = \sin^{-1} \frac{-G(\omega)}{\sqrt{F(\omega)^2 + G(\omega)^2}}.$$

本稿では最も単純な場合を仮定する。すなわち、4 つの抵抗成分、2 つのインダクタ成分、2 つのキャパシタ成分が同じ場合である。例として中心周波数が 2856MHz、バンド幅が 10MHz である BPF の信号加工関数（グラフ）を Fig. 6 に示す。

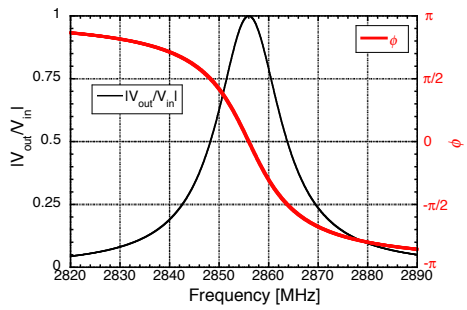


Figure 6: Simulated signal processing function.

3.2 加工後のスペクトル

Figure 3 及び 4 で示されるスペクトルを Fig. 6 の信号加工関数を持つ BPF で加工すると、Fig. 7 及び 8 の様になる。これらの図では、スペクトル形状を詳細に見られる様に横軸を Fig. 6 と同一にした。

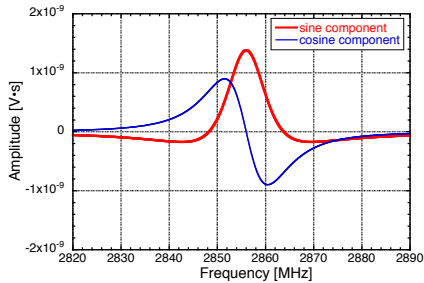


Figure 7: Processed spectrum by the BPF (Fig. 6). Unprocessed spectrum is shown in Fig. 3.

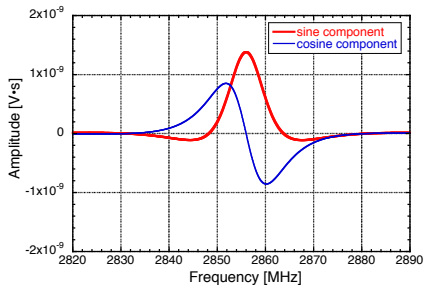


Figure 8: Processed spectrum by the BPF (Fig. 6). Unprocessed spectrum is shown in Fig. 4.

Figure 7 及び 8 を見ると、本来存在し無かった余弦成分が現れている。これは、BPF での加工により位相 ϕ が進み・遅れたため現れたものである。

4. 加工後スペクトルのフーリエ逆変換

Figure 7 及び 8 のスペクトルを時間領域の波形にするためにフーリエ逆変換を用いる。フーリエ逆変換の手法は、注目する時刻 t に対し、Fig. 7 及び 8 で与えられるスペクトルと $\sin \omega t$ 若しくは $\cos \omega t$ の畳み込み積分を行いフーリエ逆係数（電圧）を得る。

フーリエ逆変換では原則的に、周波数積分範囲は正負無限大、積分ステップは無限小であるべきだが、コ

ンピュータ計算の都合上、周波数範囲は BPF の正負中心周波数 $\pm 500\text{MHz}$ 、ステップは 10kHz とした (200 キロステップ)。これは、BPF での加工によって、正負中心周波数近辺外ではスペクトルは振幅を持たない為である。

また、時刻範囲及び間隔（ステップ）は任意であるが、フーリエ変換と同じ時刻範囲の $-1\mu\text{s} \sim 1\mu\text{s}$ 、ステップも同じ 1ps とした (2 メガステップ)。

Figure 7 及び 8 で示されるスペクトルをフーリエ逆変換したものを Fig. 9 及び 10 に示す。

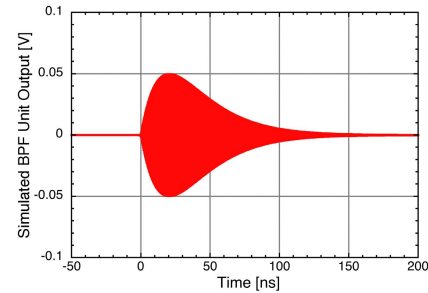


Figure 9: Simulated waveform given by the inverse Fourier transform of the spectrum in Fig. 7 (1ns macropulse width, 1nC/macropulse).

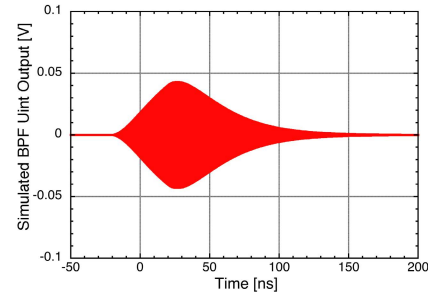


Figure 10: Simulated waveform given by the inverse Fourier transform of the spectrum in Fig. 8 (40ns macropulse width, 1nC/macropulse).

5. 実ビームを用いた測定との比較

SPring-8 線型加速器に於いて、加速管室（ビームトンネル）内に設置された BPM の信号を同軸ケーブルでクライストロンギャラリー（トンネル外）まで伝送し、BPF を通過した後の波形をオシロスコープで観測した。Figure 11 及び 12 のビームはマクロパルス幅が 1ns (3 ミクロバunch) 及び 40ns (115 ミクロバunch)、マクロパルスの電荷量が 1.7nC 及び 2.8nC であった。

「Fig. 9 と 11」及び「Fig. 10 と 12」を比較すると、若干の波形や電圧の違いが見られるが、シミュレーションと測定は概ね一致しているように見える。このことは、このシミュレーション手法が正当であることを示している。

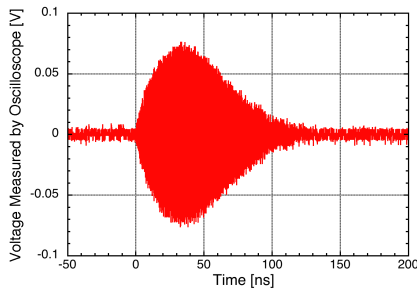


Figure 11: Measured waveform of the BPF output with -20dB cable attenuation in the case of three microbunches (1ns macropulse width, $1.7\text{nC}/\text{macropulse}$).

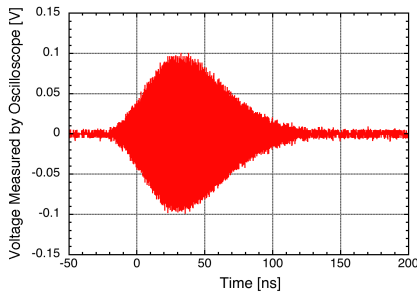


Figure 12: Measured waveform of the BPF output with -20dB cable attenuation in the case of 115 microbunches (40ns macropulse width, $2.8\text{nC}/\text{macropulse}$).

6. BPF 中心周波数のばらつきによる誤差

以上の議論を基に、本節では BPF の中心周波数にばらつき（標準中心周波数 2856MHz からのずれ）がある場合に、マイクロバンチ数に依存してビーム位置がどの程度変化するか（誤差を生じるか）を解析する。但し、バンド幅は 10MHz で同一とする。

ビーム位置が変化する現象はマイクロバンチ数が大きい場合に現れる。例えばマクロパルス幅 $1\mu\text{s}$ (2855 マイクロバンチ) の電圧波形が中心周波数 2856 または 2857MHz の BPF を通過する場合、BPF 出力振幅（周波数領域）は Fig. 13 の様になる。

図を見ると中心周波数 2857MHz の場合、信号加工関数の $|V_{in}/V_{out}|$ 特性のために出力振幅ピーク値が 1.5% ほど低くなっているのが解る。これにより、波形のピーク電圧が下がり、ビーム位置が変化するのである。

Figure 14 は BPF 中心周波数とマイクロバンチ数を変化させた場合、BPF 出力波形のピーク電圧がどのように変化するかをプロットしたものである。但し、縦軸は中心周波数が 2856MHz である BPF の出力波形ピーク電圧で規格化してある。

Figure 14 のデータを基に、どの程度ビーム位置がずれるか（位置誤差の発生）を計算したのが Fig. 15 である。ビーム位置算出は二電極での位置計算とし、片方の電極分は標準の BPF（中心周波数 2856MHz ）、もう片方は中心周波数がずれたものを使用すると仮定した。実効開口半径 [4] は 16mm とした。

Fig. 15 を見ると解るが、片方の BPF の中心周波数

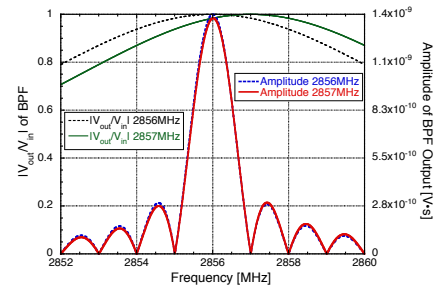


Figure 13: Amplitude of BPF output with -20dB cable attenuation in the case of 2855 microbunches ($1\mu\text{s}$ macropulse width, $1\text{nC}/\text{macropulse}$). The center frequencies of BPFs are 2856 and 2857MHz .

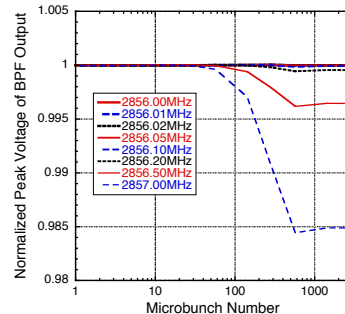


Figure 14: Normalized peak voltages of BPF output waveforms. Peak voltages are normalized by the peak voltage of BPF with center frequency of 2856MHz .

が 100kHz 程度までずれていても、位置誤差は $1\mu\text{m}$ で済むが、 1MHz ずれると、小マイクロバンチ数（例 3 マイクロバンチ）パルスと大マイクロバンチ数（例 2855 マイクロバンチ）パルスとの位置誤差は $61\mu\text{m}$ まで拡大する。許容される誤差を $100\mu\text{m}$ 以下とするならば、中心周波数は 1MHz ずれていても構わないことになる。

SPring-8 線型加速器 BPM に於ける中心周波数のばらつき（標準偏差）は 10kHz 程度であった。これは、BPF の中心周波数はインダクタ及びキャパシタで決まり [3]、空洞寸法の機械加工精度で追い込めるため、中心周波数のばらつきを小さく出来たと思われる。

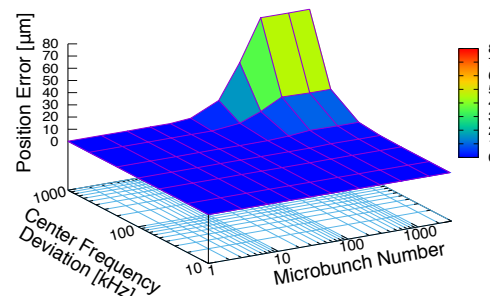


Figure 15: Position error due to center frequency variation supposing two electrode position measurement and effective aperture radius of 16mm .

7. BPF バンド幅のばらつきによる誤差

次に、BPF のバンド幅にばらつき（標準バンド幅 10MHz からのずれ）がある場合に、マイクロバンチ数に依存してビーム位置がどの程度変化するか（誤差を生じるか）を解析する。但し、中心周波数は 2856MHz で同一とする。

ビーム位置が変化する現象はマイクロバンチ数が小さい場合に現れる。例えばマクロパルス幅 1ns（3 マイクロバンチ）の電圧波形がバンド幅 10 または 11MHz の BPF を通過する場合、BPF 出力振幅（周波数領域）は Fig. 16 のようになる。

図を見るとバンド幅 11MHz の場合 10MHz と比べ信号加工関数の $|V_{in}/V_{out}|$ 特性のために出力振幅帯域幅が 10%ほど大きくなっているのが解る。これにより、波形のピーク電圧が上がり、ビーム位置が変化するのである。

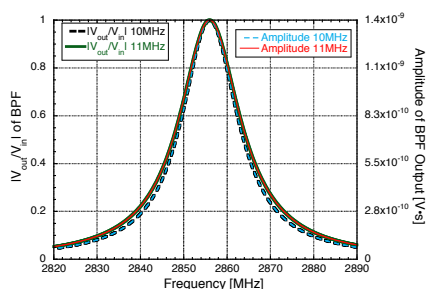


Figure 16: Amplitude of BPF output with -20dB cable attenuation in the case of 3 microbunches (1ns macropulse width, 1nC/macropulse). The bandwidths of BPFs are 10 and 11 MHz.

Figure 17 は BPF バンド幅とマイクロバンチ数を変化させた場合、BPF 出力波形のピーク電圧がどのように変化するかをプロットしたものである。但し、縦軸はバンド幅が 10MHz である BPF の出力波形ピーク電圧で規格化してある。

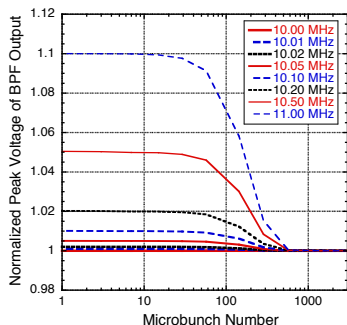


Figure 17: Normalized peak voltages of BPF output waveforms. Peak voltages are normalized by the peak voltage of BPF with bandwidth of 10MHz.

Figure 17 のデータを基に、どの程度ビーム位置がずれるか（位置誤差の発生）を計算したのが Fig. 18 である。ビーム位置算出は二電極での位置計算とし、片方の電極分は標準の BPF（バンド幅 10MHz）、もう

片方はバンド幅がずれたものを使用すると仮定した。実効開口半径は 16mm とした。

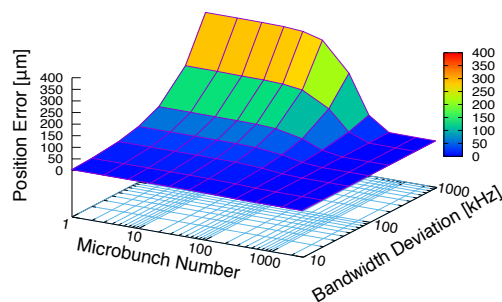


Figure 18: Position error due to bandwidth variation supposing two electrode position measurement and effective aperture radius of 16mm.

Fig. 18 を見るとわかるが、片方の BPF バンド幅が 1MHz ずれると大マイクロバンチ数（例 2855 マイクロバンチ）パルスと小マイクロバンチ数（例 3 マイクロバンチ）パルスとの位置誤差は 381 μm まで大きくなる。許容される誤差を 100 μm 以下とするなら、バンド幅のずれを 200kHz 以下にしなければならない。

SPring-8 線型加速器 BPM に於けるバンド幅のばらつき（標準偏差）は 200kHz 程度であった。二電極測定の場合、最大で 1MHz 程度（約 6σ ）ずれた BPF の組み合わせが考えられ、この場合大マイクロバンチ数パルスと小マイクロバンチ数パルスとの位置誤差は 381 μm と大きい。しかしながら、実際の運転でが使用されるパルスは小マイクロバンチ数（3 マイクロバンチ）パルス及び中マイクロバンチ数（115 マイクロバンチ）パルスであり、その位置誤差は 100 μm 程度なので実用上問題は無い。

BPF のバンド幅は空洞の信号入出力ループの形状（大きさ）で決まる [3]。SPring-8 線型加速器 BPM では入出力ループの製作精度が不足し、バンド幅のばらつきが大きくなったと思われる。一般的には BPF の中心周波数を揃えることで信号処理回路のばらつきを抑えようとするが、実際には中心周波数よりもバンド幅のばらつきの方が測定に与える影響は大きいので、バンド幅を揃えるような BPF の設計・製作を行うべきであろう。

参考文献

- [1] K. Yanagida *et al.*, Proc. of the 5th European Workshop on Diagnostics and Beam Instr., Grenoble, May 2001, pp. 162-164; <http://accelconf.web.cern.ch/AccelConf/d01/papers/PM02.pdf>
- [2] K. Yanagida *et al.*, Proc. of the 12th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Tsuruga, Aug. 2015, pp. 34-38; http://www.pasj.jp/web_publish/pasj2015/proceedings/PDF/WEOL/WEOL04.pdf
- [3] K. Yanagida *et al.*, “Study on Bandwidth of Bandpass Filter Used for SPring-8 Linac BPM”, Proc. of the 14th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Sapporo, Aug. 2017.
- [4] K. Yanagida *et al.*, Proc. of the 10th Annual Meeting of Particle Accel. Soc. of Japan, Nagoya, Aug. 2013, pp. 197-201; http://www.pasj.jp/web_publish/pasj10/proceedings/PDF/MOOS/MOOS03.pdf