

数サイクル光パルス発生のための FEL シミュレーション FEL SIMULATIONS FOR FEW-CYCLE PULSE GENERATION

羽島良一 *A)、永井良治 A)
Ryoichi Hajima*^{A)}, Ryoji Nagai^{A)}

^{A)} National Institutes for Quantum and Radiological Science and Technology (QST)

Abstract

Few-cycle optical pulses can be generated in a FEL oscillator operated with high-gain and small-loss parameters. We proposed application of such FEL pulses to high-harmonics-generation (HHG) to explore atto- and zepto-second science and X-ray frequency combs. For detail design of a FEL oscillator to generate few-cycle pulses, we discuss techniques of FEL simulations in this paper. We describe validity of the carrier-envelope expression in the few-cycle regime of FEL oscillator and introduce FEL simulations based on the 'unaveraged model', which does not require averaging of electron phase and momentum within a bunch slice.

1. はじめに

超短光パルスの生成は、レーザー研究の主たるトレンドのひとつであり、歴史的には、Q-switch によるナノ秒パルス、モードロックによるピコ秒およびフェムト秒パルスの発生、さらに、数サイクルの超短パルスレーザーを使った高次高調波発生 (High harmonic generator; HHG) によるアト秒の光パルスの実現へと進んできた [1, 2].

アト秒、さらには、zepto秒の光パルス生成を目指す場合、光の波長を時間幅に応じて短くしなければならない。例えば、波長 1 nm の軟 X 線では、1 サイクルの光パルスが 3.3 as に対応する。zepto秒の光パルスは硬 X 線でないとは実現できない。これまでに、固体レーザーに基づく HHG で軟 X 線の発生が実現されている。

HHG の効率的な発生には、ガス中において入射光パルスと高次高調波の位相整合を満たすことが求められる。位相整合条件を満たす高次高調波のカットオフエネルギーは、入射レーザー波長の 1.7 乗に比例することがわかっている [3]。固体レーザーを使った HHG では、チタンサファイアレーザー、Yb ドープファイバーレーザー (0.8 – 1 μm) を非線形光学現象で中赤外光に変換する手法がとられるが、変換後の中赤外パルスの波長、パルスエネルギーなどは、非線形光学素子の特性で制限される。

われわれは今年の加速器学会年會にて、共振器型自由電子レーザーの完全同期長発振で生成する数サイクルの光パルスを高次高調波発生に利用すれば、従来の固体レーザーでは到達不可能な動作領域 (高線り返し、さらに、硬 X 線) での HHG 発生を実現し、アト秒~zepto秒の光科学に新たな展開をもたらす可能性を報告した [4]。本稿では、FEL-HHG の中核技術である数サイクル光パルス発生を議論するための FEL シミュレーション技法について、これまでの考察結果をまとめる。

2. SVEA と NON-SVEA

Maxwell 方程式から導出される波動方程式を一階の偏微分方程式で近似する場合、slowly-varying-envelope-approximation (SVEA) が用いられる。SVEA の近似が成立する条件は、(1) パルスのスナップショットにおいてパルスのエンベロープの変化がキャリア周波数に比べて緩やかであること、(2) 伝搬にともなうパルスのエンベロープの変化 (増幅、減衰、位相シフト) がキャリア周波数に比べて緩やかであることの 2 点である。パルスが数サイクル程度まで短くなると、条件 (1) が満たされなくなり SVEA の近似を使うことができない。

Brabec と Krausz は、非線形媒質中の光パルスの伝搬を記述する方程式において、一定の条件を満たす場合には、数サイクルの超短光パルスについても、SVEA と同様に一階の偏微分方程式への近似が成り立つことを示し、これを slowly-evolving-wave-approximation (SEWA) と名付けた [5]。SEWA は、SVEA の条件 (1) に代わって、(1') 光パルスの位相速度と群速度の差が小さく、パルスの伝搬にともなうキャリア位相の変化がキャリア周波数に比べて緩やかであることを条件に課す。

SVEA の条件を外した光パルス伝搬の解析手法は non-SVEA と呼ばれるが、Brabec らによる SEWA の提案以降にも複数の手法が登場している [6]。

FEL シミュレーションでは、アンジュレータを通過する電子が光との相互作用を通して、マイクロバンチを形成し光を増幅する過程を計算しなければならない。一般的な装置構成における赤外 FEL では、空間電荷が作るプラズマ波を無視することができ、電子ビームが作る電流 (マイクロバンチ=光波長のフリーエ成分) により光の増幅が起こる。このとき、FEL パルスの伝搬 (増幅、減衰、位相シフト) は、次式で表される。

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \partial_t^2\right) E(\vec{r}, t) = \mu_0 \partial_t J(\vec{r}, t) \quad (1)$$

*hajima.ryoichi@qst.go.jp

ここで、 $\partial_t = \frac{\partial}{\partial t}$ である。

電場と電流源（ビーム）を carrier-envelope の形式で記述する。

$$E(\vec{r}, t) = A(\vec{r}_\perp, z, t) \exp[i(\omega t - kz)] + c.c \quad (2)$$

$$J(\vec{r}, t) = S(\vec{r}_\perp, z, t) \exp[i(\omega t - kz)] + c.c \quad (3)$$

Brabec らと同様に、パルスとともに進む座標系の変数 local variable: τ とパルスの伝搬を表す変数 propagation variable: ξ として、 $\tau \equiv t - z/v_\parallel$ と $\xi \equiv z$ を定義すると、FEL パルスの伝搬方程式は、電場と電流源のエンベロープ (A と S) を含む式に書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \left(\partial_\xi + \frac{i}{2k} \nabla_\perp^2 \right) A + \frac{\mu_0 c}{2} \left(1 - \frac{i}{\omega} \partial_t \right) S \\ &= \left(1 - \frac{v_\parallel}{c} \right) \left[1 - \frac{i}{2k} \left(1 + \frac{v_\parallel}{c} \right) \frac{\partial_\tau}{v_\parallel} \right] \frac{\partial_\tau}{v_\parallel} A \\ &- \frac{i}{2k} \left(\partial_\xi - \frac{2\partial_\tau}{v_\parallel} \right) \partial_\xi A \end{aligned} \quad (4)$$

local variable の定義に現れる rest frame の速度を $v_\parallel = c$ と選べば、右辺の第一項はゼロとなる。第二項は、 $v_\parallel = v_g$ と選んで、 $|\partial_\xi A| \ll k|A|$ の条件が成り立つとき、左辺に比べて十分に小さく無視できる。これらの条件をまとめると

$$\left| \frac{v_g - c}{c} \right| \ll 1 \quad (5)$$

$$|\partial_\xi A| \ll k|A| \quad (6)$$

となり、Brabec らの SEWA と等価である。これら条件は FEL 共振器、増幅器にて広く成り立つ。SVEA の条件のひとつ、 $|\partial_\tau A| \ll \omega|A|$ は必要なく、数サイクルの光パルスにも適用できる。

SEWA のもとで、FEL パルスの伝搬は

$$\left(\partial_\xi + \frac{i}{2k} \nabla_\perp^2 \right) A + \frac{\mu_0 c}{2} \left(1 - \frac{i}{\omega} \partial_\tau \right) S = 0 \quad (7)$$

と表すことができる。上式は数値シミュレーションに容易に実装できる形式になっており、これにより non-SVEA の FEL シミュレーションを行うことができる [7]。

3. 電子位相の平均操作

一般的な FEL シミュレーションでは、電流項 (S) は電子の位相をバンチスライスにわたって平均することで計算する。また、FEL 光との相互作用で電子の位相は変化するが、電子は同一のバンチスライスに留まることを前提としている。このような計算手法は、数サイクルの FEL パルスのシミュレーションにおいては二つの点で注意を要する。

一点目は、数サイクルパルスを計算するために、バンチスライスを細かくして光波長と同程度、さらに

は、光波長以下に設定することの物理的な妥当性である。

また、一般的な FEL では、ゲインバンド幅がアンジュレータ周期数の逆数で与えられるが、数サイクル発振ではゲインバンド幅が光サイクル数の逆数で決まるため、飽和後の電子ビームのエネルギー広がり数が数十パーセントに及ぶ。このような場合には、電子がバンチスライスをまたいで移動することも考慮する必要が生じるだろう。これが二点目の懸念である。

電子位相の平均操作を伴わない FEL シミュレーション (unaveraged simulation) は、これまでも研究例がある [8]-[11]。これらの論文では、個々の電子 (マクロ粒子) が作る電場を計算格子点上で足し合わせることで unaveraged simulation を行う手法が示されている。マクロ粒子は自由に動いてよいので、バンチスライス概念を導入する必要もなく、上述した二点目の問題も解消する。

unaveraged simulation では、多数の電子 (マクロ粒子) が作る放射場を計算格子上で重ね合わせることで光の伝搬を求める。電子バンチ長が短くなり FEL 波長に近い場合、また、電子バンチ波形が急峻なエッジを持つ場合 (矩形バンチなど) では、通常の自発放射光 (インコヒーレント) に加えてコヒーレントな自発放射光 (coherent spontaneous emission; CSE) が計算結果に現れる。この結果、電子バンチの形状と長さによっては、FEL の立ち上がり、完全同期長発振の持続を支配するショットノイズ (自発放射) が実効的に大きくなる場合がある [8]。

4. 1 次元シミュレーションの例

数サイクル光パルスが生成される動作パラメータを選んで FEL シミュレーションを行った例を示す。計算は自作の 1 次元 FEL シミュレーションコードを用いている。本コードでは、電子位相の averaged / unaveraged simulation を切り替えることができ、また、OpenMP によるマルチスレッド計算に対応している。

Figure 1 は、averaged / unaveraged simulation、それぞれの計算による飽和後の FEL パルス波形の計算結果である。計算は、Table 1 のパラメータを用いた。共振器長デチューニングは、FEL 出力が最大となる値を選んでいる。averaged / unaveraged simulation ともに、Bonifacio のいう superradiance FEL [12] の発振波形を再現しており、電子バンチよりも短い光波形が得られている。光パルスの長さ (FWHM) は、averaged simulation で 3.4 λ 、unaveraged simulation で 4.2 λ である。二つの計算で光パルスのピーク位置が異なるのは、coherent spontaneous emission の効果である。

Table 1: FEL Simulation Parameters

Bunch profile	Gaussian
Bunch length	10 λ (rms)
Gain parameter (j_0)	27.9 (at bunch peak)
Cavity round trip loss	0.04
Slippage length	40 λ

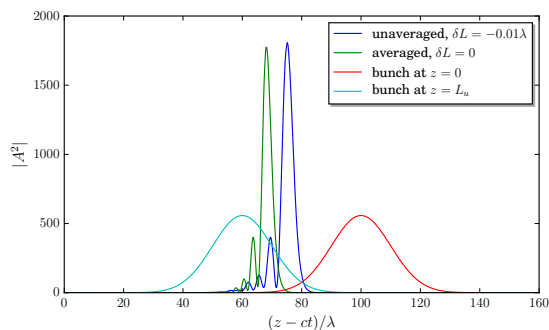


Figure 1: FEL pulses after the saturation calculated with simulation codes based on 'averaged' and 'unaveraged' models. Profiles of the electron bunch at the entrance and exit of the undulator are also depicted.

unaveraged simulation における飽和後の電子（マクロ粒子）の位相空間分布を Fig. 2、Fig. 3 に示す。Fig. 2 は、single-super mode 発振の条件（共振器長デチューニング $\delta L = -5\lambda$ ）、Fig. 3 は、Fig. 1 と同じく数サイクル光パルスが発生する条件（共振器長デチューニング $\delta L = -0.01\lambda$ ）の場合である。Fig. 2 では、電子はポテンシャルが作るセパトリックスの中を回転しており、セパトリックスの高さは $\sim 1/N_u$ である。これに対して、Fig. 3 では、多数の電子が大きくエネルギーを失うと同時にバンチの後方へ流れている様子が見える。また、電子分布は波長間隔ごとに一様ではなく、エネルギー広がりには図示された部分で 20% を超えていることもわかる。Figure 4 に unaveraged simulation で計算された飽和後の電子バンチの時間分布を示す。アンジュレータ入り口での Gaussian 波形が、アンジュレータ通過後には波長間隔でのマイクロバンチが形成されると同時に一部の電子がバンチ後方に移動していることが、この図からも確認できる。数サイクル光パルス生成の FEL 解析では、電子（マクロ粒子）をバンチスライスに固定しない unaveraged simulation が必要であることを示す結果である。

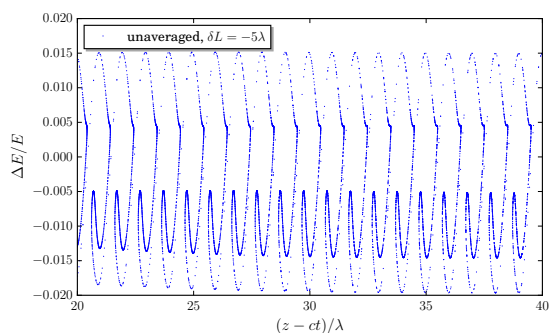


Figure 2: Distribution of macro particles after the saturation for the single-super-mode regime calculated by 'unaveraged model'.

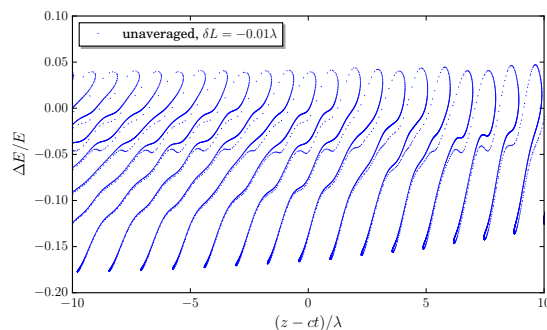


Figure 3: Distribution of macro particles after the saturation for the few-cycle regime calculated by 'unaveraged model'.

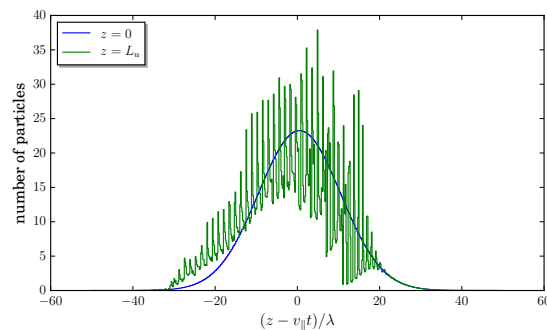


Figure 4: Temporal profiles of electron bunch before and after the FEL interaction in the few-cycle regime.

5. まとめ

共振器型 FEL の完全同期長発振では、2.3 サイクルの光パルス生成が JAERI-FEL [7] にて実験的に確認されているが、さらなる短パルス化を実現する装置パラメータの選定や高次高調波発生への利用を検討するためには、信頼できる FEL シミュレーション技法の確立が必須である。

本稿では、slowly-varying-envelope-approximation (SVEA) と同様のキャリアーエンベロープ近似が FEL における数サイクル光パルス生成の計算にも適用可能なことを示した。さらに、電子位相の非平均化計算 (unaveraged simulation) の有用性を数値シミュレーション例とともに示した。

今後は、これらシミュレーション技法に基づく FEL 装置パラメータの最適化を通して、共振器型 FEL を使った高次高調波生成、さらに、数サイクル X 線によるアト秒～zeptosecond 科学へのアプローチについて議論を深めたい。

本研究の一部は、(公財) 光科学技術研究振興財団からの研究助成を受けて実施しました。

参考文献

- [1] T. Brabec and F. Krausz, Rev. Mod. Phys. **72**, 545 (2000).
- [2] F. Krausz and M. Ivanov, Rev. Mod. Phys. **81**, 163 (2009).

PASJ2017 WEP019

- [3] T. Popmintchev *et al.*, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **106**, 10516 (2009).
- [4] 羽島良一、永井良治、第 13 回日本加速器学会年会論文集、pp.551-555 (2016).
- [5] T. Brabec and F. Krausz, Phys. Rev. Lett. **78**, 3282 (1997).
- [6] A. Couairon *et al.*, Eur. Phys. J. Spectial Topics **199**, 5-76 (2011).
- [7] R. Hajima and R. Nagai, Phys. Rev. Lett. **91**, 024801 (2003).
- [8] B.W.J. McNeil *et al.*, Opt. Comm. **165**, 65-70 (1999).
- [9] L.T. Campbell and B.W.J. McNeil, Phys. Plas. **19**, 093119 (2012).
- [10] C. Maroli, Opt. Comm. **208**, 155-161 (2002).
- [11] C. Maroli *et al.*, PRST-AB **14**, 070703 (2011).
- [12] R. Bonifacio *et al.*, Rivista Del Nuovo Cimento **13**, No.9, 1-69 (1990).