

線形収束場の揺らぎが高強度ハドロンビームの長時間安定性に 及ぼす影響に関するポールトラップ実験

PAUL-TRAP EXPERIMENT ON THE EFFECT OF LINEAR FOCUSING-FIELD FLUCTUATIONS ON THE LONG-TERM STABILITY OF AN INTENSE HADRON BEAM

伊藤清一, 松葉政統, 岡本宏己

Kiyokazu Ito, Masanori Matsuba, Hiromi Okamoto
AdSM, Hiroshima Univ.

Abstract

The compact non-neutral plasma trap systems named “S-POD” have been developed at Hiroshima University as an experimental simulator of beam dynamics. S-POD is based either on a linear Paul-trap or on a Penning trap and can approximately reproduce the collective motion of a relativistic charged-particle beam observed in the center-of-mass frame. We here employ the Paul trap system to investigate beam instability induced by small fluctuations of linear focusing-field that can affect intense beam transport over long propagation distance. In the present study, we consider the fluctuation whose structure is independent of lattice periodicity, for example, due to the noise on power sources for quadrupole magnets. It is confirmed that a resonant instability driven by the fluctuation induces slow beam loss.

1. はじめに

High Luminosity LHC [1] に代表される次世代の大強度ハドロン蓄積リングにおいては、大強度ビームを長時間にわたり蓄積するため、電源ノイズ等に起因する線形収束場の小さな揺らぎでもビームの安定性に深刻な影響を与える可能性がある。このような長時間に渡る現象を数値計算で評価するのは、精度や計算時間の観点から得策ではない。また、言うまでもないが、現行の加速器で次世代加速器の実験を行うことはできない。

加速器中を走行する荷電粒子ビームと荷電粒子トラップ中に捕捉された非中性プラズマの運動は空間電荷効果を考慮しても物理的に等価である。従って、加速器ビームの運動を非中性プラズマを用いて模擬的に実験することが可能である [2,3]。広島大学では、小型非中性プラズマトラップシステム “S-POD (Simulator of Particle Orbit Dynamics)” を開発しビームダイナミクスの実験的基礎研究を展開している [4,5]。非中性プラズマを用いた実験には、パラメーターの制御性が高く、その可変範囲も広い、現象が眼前で進行するので観測が容易である、放射化の心配が無い、安価である等の利点がある。特に線形ポールトラップ (LPT) は四重極高周波電場により断面方向にイオンを捕捉するが、その原理は強収束の原理と全く等価である。従って、いわゆる強収束型の加速器と直接的に対応づけることが可能である。また、散逸が少なく、1/e 寿命も非常に長いのでこのような長期の安定性の検証実験にも適している。

これまでに、同種のイオントラップ装置を用いて高周波の振幅を一周期毎にランダムに変えることで四重極磁石の勾配誤差を再現した実験が報告されている [6,7]。この実験では数千セルのタイムスケールでエミッタンスが連続的に増加する様子が観測されており、ハロー形成過程 [8-10] と関連づけて検討されている。一方、本研究では主に四重極磁場電源のノイズに起因する四重極場の揺らぎを想定し、LPT の四重極高周波電圧にその周期とは全く独立に重畳したノイズがイオンプラズ

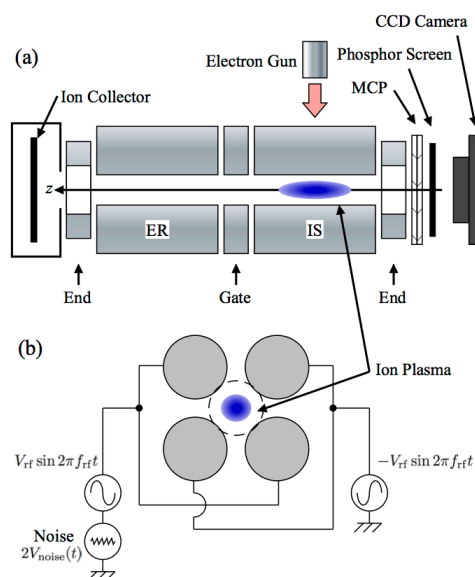


Figure 1: (a) Schematic view of the multisection linear Paul trap in S-POD. (b) Connection diagram of the rf voltage for transverse confinement and artificial noise.

マ (ビーム) の長時間安定性に及ぼす影響を実験的に調査した。

2. 実験手順

Figure 1(a) に S-POD で使用している LPT の模式図を示す。イオン捕捉領域の半径 $r_0 = 5.0$ mm, 全長は約 200 mm とテーブルトップサイズの装置である。様々な実験に対応するために、四重極電極は軸方向に三つの領域に分割されている。LPT は $P_0 = 1 \times 10^{-8}$ Pa の超高真空中に設置してある。

以下に本実験の典型的な実験手順を示す。まず、真空容器中に中性の Ar ガスを $P_{Ar} = 5.0 \times 10^{-6}$ まで

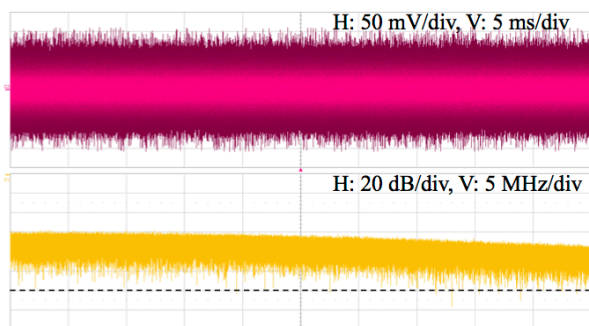


Figure 2: An example of the white noise generated by the function generator. The upper panel indicates the noise observed in the time domain. The lower panel represents its power spectrum. The dashed line corresponds to the noise floor.

導入する. 各四重極電極に振幅 $V_{rf} = 42.0$ V, 周波数 $f_{rf} = 1$ MHz の正弦波状電圧を印加し, Gate と IS 側の端板電極には直流電圧 $V_{plug} = 20$ V を印加してイオン捕捉のためのポテンシャルを形成しておく. 電子ビーム (135 eV, ~ 100 μ A) を IS 領域へと打ち込み, 生成した Ar^+ を IS 領域に捕捉する. 収束用の高周波電圧にノイズを重ねることで, 収束場に揺らぎを与える. IS 領域内にイオンプラズマを適当な時間捕捉した後, 検出器へと排出し残存イオン数を測定する. 残存イオン数の時間変化からイオンプラズマの安定性を評価する.

四重極電極への高周波電圧, ノイズの印加方法を Fig. 1(b) に示す. 回路の都合上, ノイズは四重極電極の一方の組にしか印加していない. そのため, V_{noise} の四重極場を得るには $2V_{noise}$ を印加する必要がある.

加速器のラティス構造に相当するのは LPT においては高周波の波形である. 上記の条件では単位収束セル当たり (高周波の 1 周期) のベアチューンは $Q_0 = 0.145$ となる. S-POD では実際の加速器のラティス構造をより再現するために, 高周波として矩形波を印加することも可能である. 最も基本的な構造である “FODO” を正弦波で良く再現できることを実験と理論から確かめている [5]. そのため本実験では, より単純で取り扱いの容易な正弦波を採用した.

3. 実験結果

本実験では人工的なノイズ源としてファンクションジェネレータ (NF 回路設計ブロック, WF1974) を採用した. WF1974 の雑音機能を使って生成したノイズの一例を Fig. 2 に示す. 上段は時間領域で観測したノイズである. ノイズの平均値は $\langle V_{noise} \rangle = 0.0$ mV, 尖度は $\langle V_{noise}^4 \rangle / \langle V_{noise}^2 \rangle^2 = 3.0$ である. 下段はその周波数スペクトルであり, $f_{noise} = 25$ MHz 付近まで強度はほぼ一定である. 即ち $f_{noise} \leq 25$ MHz では良い白色ガウス雑音である.

Figure 3(a) に LPT 内に残存したイオン数の時間変化を示す. ここで, σ_{noise} はノイズの標準偏差で $\sigma_{noise} = \sqrt{\langle V_{noise}^2 \rangle}$ である. ノイズを重ねしていない場合でもイオン数は指数関数的に減少していく. これは, イオンと中性ガスの衝突により損失が生ずるためである. ノイ

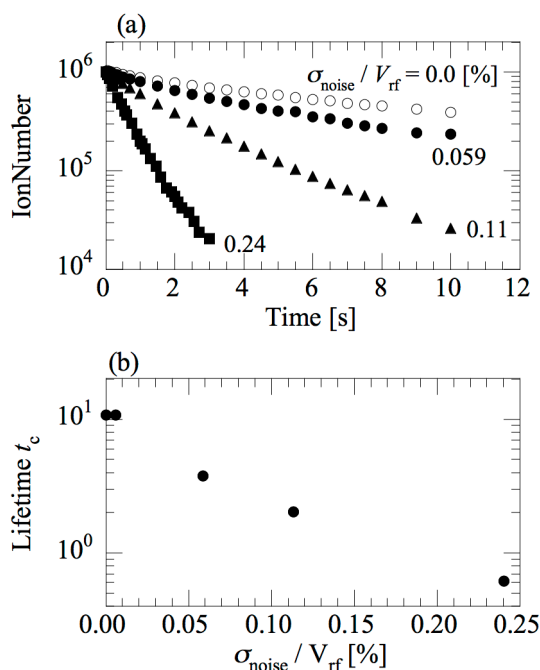


Figure 3: (a) Time histories of surviving ion number. (b) $1/e$ lifetimes of the ion plasma as a function of noise strength.

ズを重ねた場合もイオン数は指数関数的に減少するが, その速度はノイズ強度の上昇に伴い速くなる. 即ち, ノイズの重畳により, イオンプラズマは不安定化する.

イオンプラズマの $1/e$ 寿命 t_c をノイズ強度の関数として Fig. 3(b) にまとめる. ノイズを重ねない場合, $t_c \sim 10$ s であり, これはセル数に換算すると $\sim 10^7$ に相当する. t_c はノイズの強度に対し指数関数的に減少しており, イオン損失を生じるノイズ強度に閾値は確認されなかった.

次に, ノイズの周波数成分に対する依存性を調べるため, 周波数帯域を制限したノイズを重ねしてイオンプラズマの寿命測定を行った. このようなノイズを白色ノイズからアナログフィルタで取り出すのは, 周波数選択の自由度の観点から得策ではない. 本実験では電圧の度数分布はガウス分布で特定の周波数成分のみをもつノイズをコンピューター上で設計し, そのデータから WF1974 の任意波形機能によりこれを生成した. 中心周波数 0.25 MHz, 帯域幅 0.1 MHz で設計したノイズをオシロスコープで観測した結果を Fig. 4 に示す. V_{noise} の平均値は 0.0 mV, 尖度は 3.0 で, $f_{noise} = 0.2 - 0.3$ MHz の間だけほぼ様な強度を持っており, 設計通りのノイズが生成されていることが確認された.

Figure 5 に帯域幅 0.1 MHz のノイズの中心周波数を様々に変えて測定した t_c をまとめる. ノイズの強度は $\sigma_{noise}/V_{rf} = 0.0088\%$ である. 白色ノイズに比べるとかなり小さいのは帯域が制限されたためであり, ノイズスペクトル密度としては $\sigma_{noise}/V_{rf} = 0.15\%$ の白色ノイズに相当する. ノイズを重ねない場合に比べ, $f_{noise} \approx 0.3$ MHz では約 $1/20$ に, ≈ 0.7 MHz では $2/3$

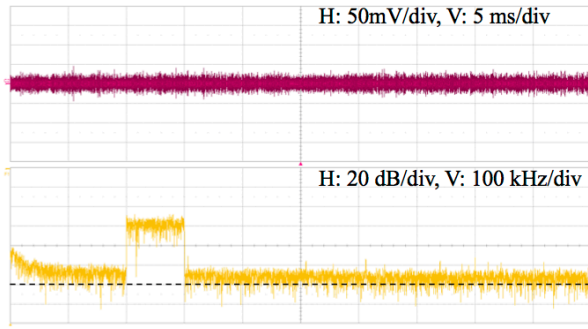


Figure 4: An example of the colored noise generated by the function generator. The upper panel indicates the noise observed in the time domain. The lower panel represents its power spectrum. The dashed line corresponds to the noise floor.

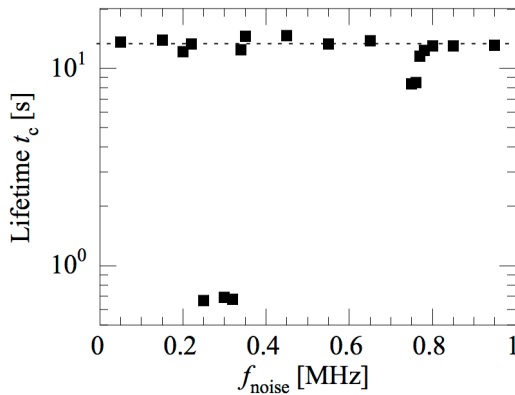


Figure 5: $1/e$ lifetimes of the ion plasma as a function of center frequency of colored noise with the bandwidth of 0.1 MHz. The dashed line indicates the lifetime without noise.

程度まで寿命は悪化した。一方、それ以外の場所ではノイズ重畳による寿命の変化は観測されなかった。狭い周波数領域のみでイオンプラズマが不安定化したことから、これらは共鳴による不安定化と考えられる。

4. 不安定化の機構

まず、 $f_{\text{noise}} = 0.3$ MHz の禁止帯に注目する。このノイズのセル当たりの振動数は $f_{\text{noise}}/f_{\text{rf}} = 0.3 \approx 2Q_0$ である。従って、この禁止帯はノイズによって励起された二次の共鳴によりイオンプラズマのエンベロープ振動が不安定化したために発生したと考えられる。そこで、参考文献 [11] をもとにその共鳴条件をもう少し詳しく導出する。

参考文献 [11] の式 (41) より、収束力に誤差がある場合の大強度ビームに関して次の方程式が得られる。

$$\frac{d^2 G_2}{d\theta^2} + \Omega_2 G_2 = -A \beta_x^{3/2}(\theta) \delta u_2(\theta) \quad (1)$$

ここで、 G_2 は分布関数と関連する関数、 θ は独立変数、 Ω_2 は二次のコヒーレントチューン、 A は電荷密度と関

連する定数、 β_x はイオンプラズマのベータ関数、 δu_2 はノイズ強度に関連する関数である。

円形加速器を想定すると、 β_x は θ の周期関数であり、これフーリエ級数展開すると、

$$\beta_x^{3/2}(\theta) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\theta + \varphi_n) \quad (2)$$

となる。実験では δu_2 は様々な周波数成分をもつが、ここでは簡単のために一つの周波数成分だけを取り出し $\delta u_2 \propto \cos(\kappa\theta)$ とする。ただし、 κ はリング一周当たりのノイズの振動数であり、周回周期 f_{rev} を用いて $\kappa = f_{\text{noise}}/f_{\text{rev}}$ と表される。これらを代入すると、式 (1) の右辺には $\cos(n \pm \kappa)\theta$ に比例する項が現れる。従って、共鳴条件は、

$$\Omega_2 \approx |n \pm \kappa| \quad (3)$$

である。 Ω_2 はリング一周当たりのベアチューン ν_0 とその rms チューンシフト $\Delta\nu$ を使って

$$\Omega_2 \approx 2(\nu_0 - C_2 \Delta\nu) \quad (4)$$

と近似でき、 C_2 は 1 より小さい定数である [11]。従って、ビームを不安定化させるノイズの周波数は

$$f_{\text{noise}} \approx \begin{cases} f_{\text{rev}}[2(\nu_0 - C_2 \Delta\nu) - n] \\ f_{\text{rev}}[n - 2(\nu_0 - C_2 \Delta\nu)] \\ f_{\text{rev}}[n + 2(\nu_0 - C_2 \Delta\nu)] \end{cases} \quad (5)$$

である。ただし、リングの超周期数を N_{sp} とすると、 $n = 0, N_{\text{sp}}, 2N_{\text{sp}}, \dots$ である。

今回の S-POD 実験では、 $f_{\text{rev}} = f_{\text{rf}} = 1$ MHz、 $N_{\text{sp}} = 1$ 、チューンシフトは小さく $\nu_0 - \Delta\nu \approx Q_0$ である。また、エンベロープはほぼ正弦波状で高調波成分は少ないので、 $n = 0$ と 1 だけを考えることにする。式 (5) より共鳴不安定性を励起するノイズの周波数成分は、

$$f_{\text{noise}} [\text{MHz}] \approx \begin{cases} 2Q_0 = 0.29 \\ 1 - 2Q_0 = 0.71 \\ 1 + 2Q_0 = 1.29 \end{cases} \quad (6)$$

となる。Figure 5 に示した禁止帯の発生周波数は $f_{\text{noise}} \approx 0.29$ MHz と 0.71 MHz の共鳴条件と良く一致する。 $f_{\text{noise}} \approx 0.29$ の禁止帯が 0.71 MHz の禁止帯より強いのは、 $a_0 > a_1$ となるためである。また、Fig. 5 には示していないが、 $f_{\text{noise}} \approx 1.29$ MHz 付近においても、実験により粒子損失を確認している。以上の結果より、ノイズ重畳により観測された不安定化はイオンプラズマのエンベロープ振動とノイズの間の二次の共鳴が原因と結論づけられる。

最後に、周長が数 km から数十 km に及ぶような大型ハドロン加速器について共鳴周波数を評価してみよう。この時、 f_{rev} は数十 kHz から数百 kHz であり、 ν_0 は数十程度となる。従って、 $n = 0$ の共鳴周波数はおよそ MHz のオーダーとなる。このような高周波の磁場揺動は存在しないか、あっても非常に小さいので、まず問題になることはないと思える。

一方、 $2(\nu_0 - C_2 \Delta\nu)$ が整数に近いときには、式 (5) の第 1, 2 式で表される共鳴周波数は小さくなる可能

性がある。例えば、J-PARC の MR は $f_{\text{rev}} = 190$ kHz, $N_{\text{sp}} = 3$ であり、早い取り出しの時に水平方向のチューンは $\nu_0 = 22.4$ である [12]。チューンシフトを無視すると $n = 15 \times 3$ の時 $f_{\text{noise}} \sim 38$ kHz となる。チューンシフト量によってはもっと小さくなる可能性もある。この程度の周波数成分を持つノイズは、それなりの強度で存在する可能性がある。また、共鳴周波数は f_{rev} に比例するので、単純に周長の長い加速器では共鳴周波数は低くなりうる。そのため、装置が大型になるほど十分な注意が必要となる。

5. まとめ

ビーム物性研究用に開発した線形ポルトラップシステム “S-POD” を使って、主に電源ノイズ等による線形収束場の揺らぎが高強度ハドロンビームの長時間安定性に及ぼす影響を実験的に調査し、以下の結果を得た。

- 線形収束場にラティス周期と無関係の揺らぎがあると、粒子損失が増大しイオンプラズマの寿命は短くなる。即ち不安定化する。
- 揺らぎの増加に対し、イオンプラズマの寿命は指数関数的に短くなる。
- 不安定化は、揺らぎの特定の周波数成分によって引き起こされる。
- 理論モデルから予想した共鳴周波数と禁止帯の位置が良く一致することから、線形収束場の揺らぎが励起した二次の共鳴によりイオンプラズマのエンベロープ振動が不安定化することでイオン損失が発生すると結論づけた。

本実験で観測された共鳴の駆動力は弱いので短時間ではその影響ほぼ無いと考えられる。しかし、ベータ関数のハーモニクス数、チューン、周回周波数によっては数 kHz から数 MHz の範囲で共鳴が発生する可能性がある。そのため、長時間ビームを保持する次世代の蓄積リングでは十分な注意が必要である。

謝辞

本研究の一部は JSPS 科研費 JP15H03662 と JP17K05120 の助成を受けたものです。

参考文献

- [1] <http://hilumilhc.web.cern.ch>
- [2] H. Okamoto and H. Tanaka, Nucl. Instrum. Meth. A **437**, p. 178 (1999).
- [3] H. Okamoto, Y. Wada, and R. Takai, Nucl. Instrum. Meth. A **485**, p. 244 (2002).
- [4] R. Takai, H. Enokizono *et al.*, Jpn. J. Appl. Phys. **45**, p. 5332 (2006).
- [5] K. Ito, H. Okamoto *et al.*, Phys. Rev. Accel. Beams **20**, p. 064201 (2017).
- [6] E. P. Gilson, R. C. Davidson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **92**, p. 155002 (2004).
- [7] M. Chung, E. P. Gilson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **102**, p. 145003 (2009).
- [8] G. Franchetti, H. Hofmann, Proceedings of EPAC 2002, p. 1353.

- [9] F. Gerigk, Phys. Rev. ST Accel. Beams, **7**, p. 064202 (2004).
- [10] M. Ikegami, T. Ohkawa *et al.*, Proceedings of LINAC 2004, p. 345.
- [11] H. Okamoto and K. Yokoya, Nucl. Instrum. Meth. A **482**, p. 51 (2002).
- [12] <http://j-parc.jp/Acc/en/50GeVparaE.html>