

空間電荷効果を導入した理研 AVF サイクロトロン入射軌道解析

ANALYSIS OF THE BEAM INJECTION SYSTEM OF RIKEN AVF CYCLOTRON IN VIEW OF THE SPACE CHARGE EFFECT

小高康熙^{#, A)}, 大城幸光^{A)}, 山口英斉^{A)}, 今井伸明^{A)}, 酒見泰寛^{A)}, 武藤英^{B)}

長友傑^{C)}, 加瀬昌之^{C)}, 後藤彰^{C)}, 大西純一^{C)}, 畑中吉治^{D)}, 下浦享^{A)}

Yasuteru Kotaka^{#, A)}, Yukimitsu Ohshiro^{A)}, Hidetoshi Yamaguchi^{A)}, Nobuaki Imai^{A)}, Yasuhiro Sakemi^{A)}

Hideshi Muto^{B)}, Takashi Nagatomo^{C)}, Kase Masayuki^{C)}, Akira Goto^{C)}, Jyun-ichi Ohnishi^{C)}

Kichiji Hatanaka^{D)}, Susumu Shimoura^{A)}

^{A)} CNS, University of Tokyo

^{B)} Tokyo University of Science, SUWA

^{C)} RIKEN Nishina center

^{D)} RCNP, Osaka University

Abstract

For the purpose of increasing the beam intensity of AVF cyclotron, the improvement of the injection beam intensity is essential because the beam transmission efficiency of the injection beam line is lower as the beam intensity is higher. In order to improve the injection beam transport system, the calculation of the injection beam orbit by using a measured 4-dimensional emittance as an initial value is developed. In this report, three approaches are tested to the calculation. One is to introduce the calculated magnet field of dipole magnet in addition to solenoid coils and quadrupole magnets. Two is to use the multiple-stage ellipse model for space charge effect. Three is to add the energy collection.

1. はじめに

東京大学原子核科学研究センター(CNS)と理研仁科加速器研究センターが進めている理研 AVF サイクロトロン的高度化[1]の一つがビーム強度の増強であり、その手段の一つが入射ビーム量の増強である。そのためイオン源からのビーム量の増強と同時にビーム入射軌道の最適化が必要である。まずビーム軌道を正確に把握するために、入射ビームの 4 次元エミッタンスを測定し、それを初期条件とした軌道計算手法の開発を進めている。

軌道計算を進めて行く過程で、イオン源ビームの増強に伴い空間電荷効果を考慮する必要があると分かってきた。またソレノイドコイルや四極電磁石の軌道計算における磁場分布は計算磁場をそのまま使い、ルンゲクッタ法による軌道計算を採用した。

今回は新たに二極電磁石にも計算磁場を導入し、空間電荷効果計算モデルに多段楕円近似を採用した。さらにエネルギー補正を加えた軌道計算を報告する。

2. AVF サイクロトロン入射軌道計算

Figure 1 に AVF サイクロトロンの入射輸送系を示す。本文は AVF サイクロトロンのイオン源の一つの 14GHz 電子サイクロトロン共鳴イオン源(HyperECRIS)の生成ビームを対象とする。

HyperECRIS からのビームは分析電磁石で 90 度偏向し、その焦点面に三線式プロファイルモニタ(PF_IH10)、その 250mm 下流にペーパーポット型エミッタンス測定器 [2](PEM_IH10 [3])がある。その下流に第 1 ソレノイドコイル、二極電磁石(DMI23)の入口に KBr 蛍光板ビュー

ワー(I23viewer)がある。DMI23 によりビームは鉛直下方に偏向される。DMI23 出口に三線式プロファイルモニタ(PF_I30)、その下流に第 2 ソレノイドコイル、4 つの四極電磁石、第 3 ソレノイドコイル、2 次元エミッタンス測定器(EM_I36)がある。その真下の AVF サイクロトロンのヨーク内部にあるグレーザーコイル 2 つを通過して AVF サイクロトロンの中心にあるインフレクターに達する。

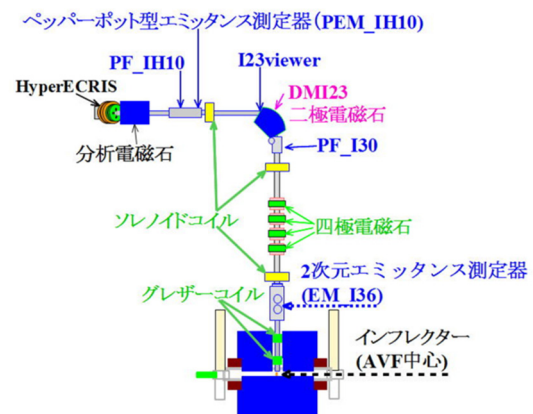


Figure 1: The beam injection line of AVF Cyclotron. Diagnostics are shown in blue. Focusing elements are shown in green. Dipole magnet is shown in pink.

ペーパーポット型エミッタンス測定器を使用する理由は、分析電磁石から DMI23 までのビームラインが鉛直方向ビームラインに対し水平方向に 20 度回転している事とソレノイドコイルが存在する事でビームの水平成分(x)と鉛直成分(y)が結合するからである。この場合、ビーム軌道計算には 4 次元エミッタンス(x, x', y, y')が必要である。

[#] kotaka@cns.s.u-tokyo.ac.jp

これまでに4次元エミッタンス測定値を初期条件とした軌道計算を進めてきて得られた手法を次に示す。

ソレノイドコイル、四極電磁石磁場には計算コードによって計算した磁場を近似せずに用いる。一般的に軌道計算には磁場強度を均一に近似したハードエッジモデルが使用されるが、その有効長は明確に決まらないからである。ビームを使って有効長を決める方法もあるが、それは空間電荷効果が無い場合に可能である。しかし、空間電荷効果が無いと断定するのは難しい。

同様にして DMI23 にも計算磁場を使用すべきであった。しかし、用意できなかったのでビームの magnetic rigidity から算出される一様磁場と TRANSPORT[4]が示す squared-edge magnet の補正を含むエッジフォーカスの転送行列を用いて軌道計算した。

これらの手法で $5\mu\text{A}$ の $^4\text{He}^{2+}$ イオンビームの4次元エミッタンス測定値を初期条件として軌道計算し、比較用ビーム診断器(Figure 1 の青字で示した PF_IH10, I23viewer, PF_I30, EM_I36)の測定結果に一致した。一方、 $240\mu\text{A}$ の $^4\text{He}^{2+}$ イオンビームの4次元エミッタンス測定値を初期条件として軌道計算をしたところ、空間電荷効果の導入が必要と分かった。空間電荷効果計算にビーム断面強度分布を一樣な円で近似したモデルを用いたところ、比較用ビーム診断器の結果に近づいた[5]。

今回は $^4\text{He}^{2+}$ イオンビーム(ビーム量 $240\mu\text{A}$ 、運動エネルギー 15.38keV)を用いて、ソレノイドコイル、四極電磁石の磁場強度を変えた2種類のビーム輸送(それぞれ Tr1, Tr2 と名付ける)を試した。このビームの Tr1, Tr2 における EM_I36 で測定した2次元エミッタンスがそれぞれ Figure 2, 3 であり、本文では新手法を取り入れた軌道計算をこれらと比較して評価していく。

EM_I36は(u, w)系で測定している。鉛直方向ビームラインの(x, y)系はAVFの西方をx、南方(Figure 1 右方)をyとし、それに対し45度時計回りに回転した座標系を(u, w)系としている。そしてFigure 2, 3の左図に(u, u')分布、右図に(w, w')分布を示す(これ以降、(u, u')分布は(u, u')、(w, w')分布は(w, w')と表記する)。この後に示すEM_I36の2次元エミッタンス図(Figure 2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 17, 18)の左右も同様の定義とする。

次にTr1, Tr2の輸送系においてPEM_IH10で測定した4次元エミッタンスを初期条件として軌道計算をしてEM_I36の位置でFigure 2, 3と比較できるように2次元エミッタンスにした図をFigure 4, 5に示す。これらは先に述べた従来の軌道計算方法に対し、空間電荷効果の計算モデルのみを変更している。ビーム断面強度分布を一樣な楕円に近似したモデルの運動方程式[6]を用い、傾いた楕円の考慮するようにした[7]。本文ではこの楕円近似を「単楕円」と呼び、4章で詳しく説明する。

これらのEM_I36の実測(Figure 2, 3)と軌道計算(Figure 4, 5)を比較する。Tr1の実測(Figure 2)と軌道計算(Figure 4)は(u, u')も(w, w')も形状が比較的良好に似ているが、Tr2の実測(Figure 3)と軌道計算(Figure 5)は(u, u')が合っていない。これらを改善し、Tr1とTr2の実測と軌道計算を同時に満たす新手法を次章から報告する。

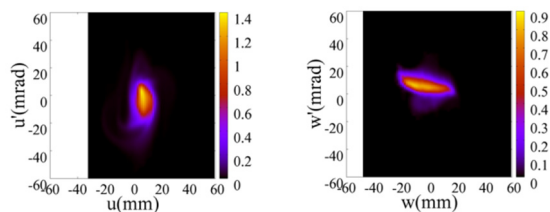


Figure 2: 2D emittances of Tr1 measured by EM_I36. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w').

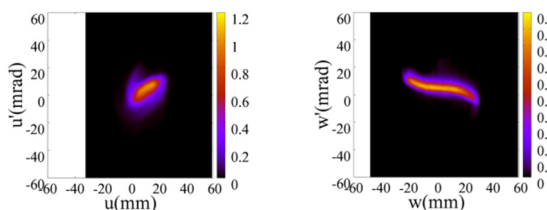


Figure 3: 2D emittances of Tr2 measured by EM_I36. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w').

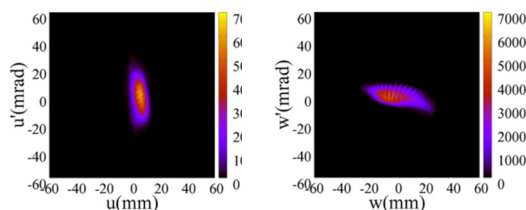


Figure 4: 2D emittance of Tr1 transported to the position of EM_I36 by calculation with the existing method. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w').

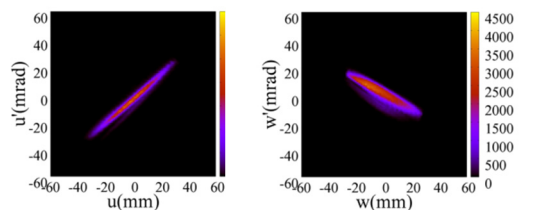


Figure 5: 2D emittance of Tr2 transported to the position of EM_I36 by calculation with the existing method. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w').

3. 二極電磁石(DMI23)の計算磁場導入

DMI23にも計算磁場を導入する。理由は磁極境界外側の漏れ磁場を無視せずに空間電荷効果と同時に軌道計算すると正確なビーム軌道が再現できると考えたからである。DMI23の磁場はTOSCA 3Dで計算した。

Figure 6にTr1, Tr2の設定値(18.8A)で計算したDMI23磁場中のビーム軌道計算例を2つ示す。青線が漏れ磁場を無視せず運動方程式(1)を解いて得られた軌道、赤線は2章で述べた漏れ磁場を無視した一様磁場とエッジフォーカスの従来モデルを用いて一般座標(s, x, y)のy方向運動方程式(2)を解いて得られた軌道である。初期条件は共に磁極境界から0.26m上流において(x, x', y, y')=(0,0,0,0)である。ここに式(2)の(B_s, B_x, B_y)は磁場、

p は運動量、 q は電荷、 $G(s)$ は曲率である。変数 s はビーム方向の変位、 x, y は s 方向に対し垂直方向の変位である。式(3)は一般座標 x 方向の運動方程式である。Figure 6 から従来計算と漏れ磁場を考慮した運動方程式(1)の計算では軌道が異なる事が分かった。

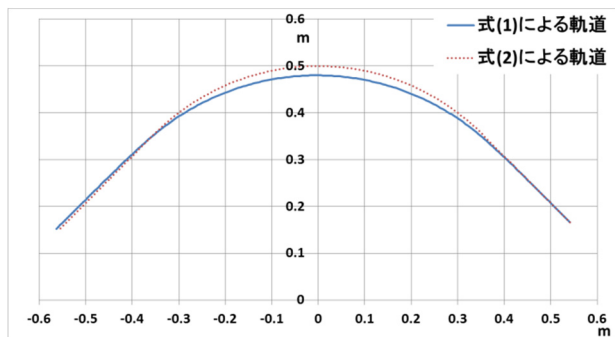


Figure 6: The beam orbit with $(x, x', y, y')=(0,0,0,0)$. Blue line is solved by formula (1). Red dotted line is solved by formula (2) without fringing field.

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q(\vec{v} \times \vec{B}) \quad \vec{r} = (X, Y, Z) \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad \vec{B} = (B_x, B_y, B_z) \quad (1)$$

$$\frac{d^2 y}{ds^2} = -\frac{q}{p} B_s \frac{dx}{ds} + (1 + G(s)y) \frac{q}{p} B_x + G(s)(1 + G(s)y) \quad (2)$$

$$\frac{d^2 x}{ds^2} = -(1 + G(s)y) \frac{q}{p} B_y + \frac{q}{p} B_s \frac{dy}{ds} \quad (3)$$

DMI23 の漏れ磁場を考慮して任意の s における変位 x, y を決めれば、おそらく式(2)(3)を用いて軌道計算が可能と推測する。一方、式(1)のようにビームの位置、速度を任意の直交座標系 (X, Y, Z) に変換し、ビームのローレンツ力 $q(\vec{v} \times \vec{B})$ を右辺に持つ運動方程式(1)で解けば軌道計算が単純になるので、こちらを採用した。

このように DMI23 に計算磁場を導入して 2 章と同じように Tr1, Tr2 で軌道計算をし、EM_I36 の位置における 2 次元エミッタンスにした図をそれぞれ Figure 7, 8 に示す。これらをそれぞれ Figure 4, 5 と比較すると形状は同じような傾向と分かり、Tr2 の (u, u') の形状に改善は得られなかった。エミッタンスの形状への効果はないと判断する。しかし、Figure 6 の比較から分かるように、従来のモデルでは分かり得ないビームの軌道(位置、角度)が正確に得られる利点がある。

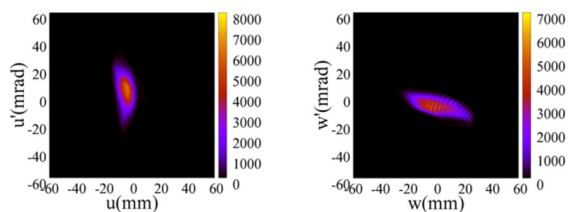


Figure 7: 2D emittance of Tr1 transported to the position of EM_I36 by calculation including the calculated magnetic field of dipole magnet. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w') .

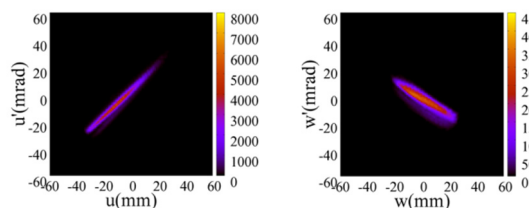


Figure 8: 2D emittance of Tr2 transported to the position of EM_I36 by calculation including the calculated magnetic field of dipole magnet. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w') .

4. 空間電荷効果の多段楕円モデル

2 章で述べた単楕円モデルについて述べる。4 次元エミッタンスを軌道計算するので任意の位置 s におけるビーム方向に垂直な平面のビーム強度の (x, y) 分布が得られる。したがって、この分布の x, y の平均値、標準偏差、相関係数 R が統計的に計算でき、それらの値を用いて楕円の式ができる。 x, y の平均値がそれぞれ x_0, y_0 で、 x, y の標準偏差に任意定数を乗じた値をそれぞれ a, b とすると式(4)で示す楕円となる。例えば Figure 9 左図のビーム強度の (x, y) 分布を統計的に楕円にすると右図になる。色分けは任意定数を様々に変えた楕円を示している。

$$\frac{(x - x_0)^2}{a^2} - \frac{2R}{ab}(x - x_0)(y - y_0) + \frac{(y - y_0)^2}{b^2} = 1 - R^2 \quad (4)$$

$$\frac{d^2 x}{ds^2} = \frac{4\lambda r_p}{\beta^2 \gamma^3 a(a+b)}(x - x_0) \quad \frac{d^2 y}{ds^2} = \frac{4\lambda r_p}{\beta^2 \gamma^3 b(a+b)}(y - y_0) \quad (5)$$

$$r_p = \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 m c^2} \quad (6)$$

ビームの (x, y) 面の形状が、相関係数 $R=0$ の式(4)からなる楕円であり、楕円内のビーム強度が一樣ならば空間電荷効果の運動方程式は式(5)になる[6]。ここに λ は粒子の線密度、 β と γ はローレンツ因子、 r_p は式(6)、 q はイオン電荷、 m はイオン質量、 c は光速である。しかし、通常は Figure 9 右図のように楕円は傾き、 R は 0 ではない。このような場合は R が 0 となる座標系に回転変換して式(5)を求め、その右辺を元の (x, y) 系に逆回転変換し x, y の運動方程式に代入して解けば良い。これが 2 章で述べた「傾いた楕円の考慮」である。

先に述べた任意定数を 1 つに決めて、その楕円内のビーム強度が一樣として計算するのが単楕円モデルである。任意定数は、その値を変えつつ軌道計算をして最適な値を探して決める。最終的に 1.8 とした。Figure 4, 5, 6, 7 はその値で軌道計算した。

これに対し多段楕円モデルを考案した。多段楕円モデルとは任意定数を複数用いて複数の楕円を作る方法である。例えば Figure 9 右図の緑の楕円の内部に存在するビーム成分には緑の楕円で運動方程式(5)を作り、緑と橙の楕円の間は橙の楕円で運動方程式(5)を作る。同様にして橙と赤の間は赤の楕円で、赤と青の間は青の楕円で運動方程式(5)を作る方法である。

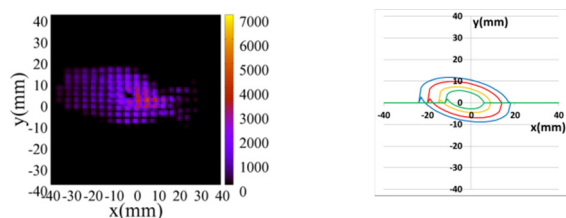


Figure 9: The left image is a beam distribution on an x-y plane. The right image is the ellipse calculated from the left image statistically with the formula (4). The differences among colors show multiple-step ellipses.

今回は x, y の標準偏差の 6 倍の楕円を 30 分割した多段楕円モデルで計算した。2, 3 章と同じ Tr1, Tr2 の軌道計算をして EM_I36 の位置で 2 次元エミッタンスにした図が Figure 9, 10 である。それぞれ Figure 4, 5 と比較すると同じ傾向と分かる。Tr2 の (u, u') の形状 (Figure 10 右図) は多少小さくなったが、改善はしていない。

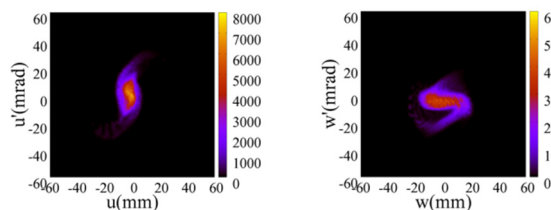


Figure 10: 2D emittance of Tr1 transported to the position of EM_I36 by calculation including multiple-stage ellipse model of the space charge effect. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w') .

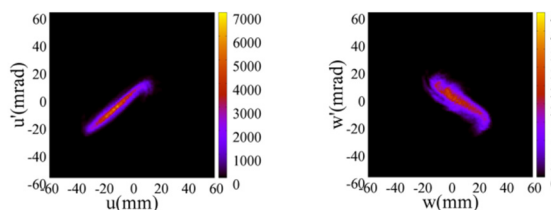


Figure 11: 2D emittance of Tr2 transported to the position of EM_I36 by calculation including multiple-stage ellipse model of the space charge effect. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w') .

しかし、多段楕円は単楕円に比べて良いと判断できる結果が得られた。それらを Figure 12, 13, 14 に示す。これらは比較用ビーム診断器の I23viewer (KBr 蛍光板ビューワー) で測定したビーム強度の (x, y) 分布の実測と単楕円による軌道計算及び多段楕円による軌道計算によって得られたビーム強度の (x, y) 分布の比較である。Figure 11 は Tr1 の I23viewer の比較である。左図が I23viewer で実測した (x, y) 分布である。中間図と右図は PEM_IH10 で測定した 4 次元エミッタンスを I23viewer の位置に軌道計算したビーム強度の (x, y) 分布であり、中間図が単楕円モデル、右図が多段楕円モデルで計算したものである。同様に Figure 12 は $^1\text{H}^+$ 12.6keV 220 μA

のビーム例、Figure 13 は $^4\text{He}^{2+}$ 15.4keV 270 μA のビーム例を示す。Figure 12, 13 は Tr1, Tr2 とは別のビームであるが多段楕円モデルの優位性の例として示した。Figure 12, 13, 14 を見るとビームの主要な部分の分布については単楕円と多段楕円はほぼ同等であるが、細部の再現性は多段楕円モデルが優れている。

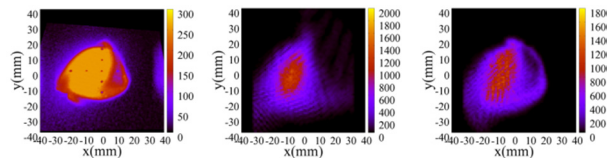


Figure 12: Ion beam is $^4\text{He}^{2+}$ 15.4keV 250 μA . The left image is the beam intensity distribution measured by I23viewer. The middle image is the beam intensity distribution calculated by the single ellipse model. The right image is the beam intensity distribution calculated by the multiple-stage ellipse model.

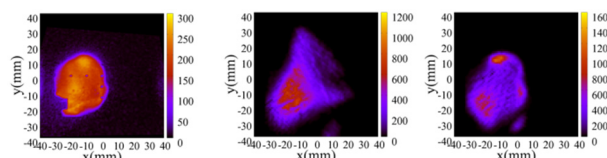


Figure 13: Ion beam is $^1\text{H}^+$ 12.6keV 220 μA . The left image is the beam intensity distribution measured by I23viewer. The middle image is the beam intensity distribution calculated by the single ellipse model. The right image is the beam intensity distribution calculated by the multiple-stage ellipse model.

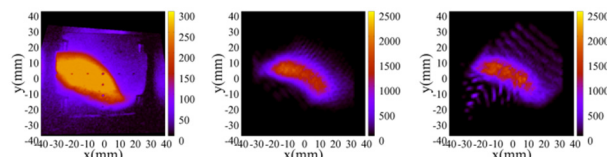


Figure 14: Ion beam is $^4\text{He}^{2+}$ 15.4keV 270 μA . The left image is the beam intensity distribution measured by I23viewer. The middle image is the beam intensity distribution calculated by the single ellipse model. The right image is the beam intensity distribution calculated by the multiple-stage ellipse model.

5. エネルギー補正の効果

DMI23 に計算磁場を導入し、さらに多段楕円モデルで空間電荷効果を計算したが Tr2 の (u, u') の形状の改善は無く、Tr1 と Tr2 の両者を再現できる解は無かった。しかし多段楕円モデルにより DMI23 までは正しく計算できていると判断ができた。このことから DMI23 より下流に問題があると推測できる。そこで、2, 3 番目のソレノイドコイルと四極電磁石の設定電流値の補正值を見直した。特にこれまで 4 台の四極電磁石については同じ補正值

を使っていたが、1台ずつ個別に補正した。

さらにDMI23に計算磁場を導入したことにより、Figure 6のようにビーム位置が正確に分かるようになった。計算磁場を用いると実際のビームオペレーション同様にビーム軌道を変える事が自在にできる。DMI23による実際のビーム軌道と計算軌道を比較できる診断器がDMI23の出口にある三線式プロファイルモニタPF_I30である。これによりDMI23を通過したビームの位置が確認できる。Tr1とTr2のPF_I30の実測と軌道計算結果の比較をそれぞれFigure 15, 16に示す。

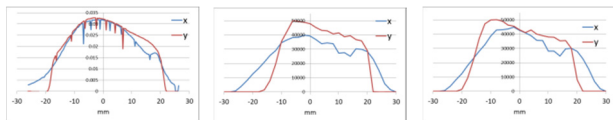


Figure 15: PF_I30 of Tr1. The red and blue lines show x and y profiles, respectively. (left) measured profiles (middle) profiles calculated without energy correction (right) profiles calculated with 99% of energy correction.

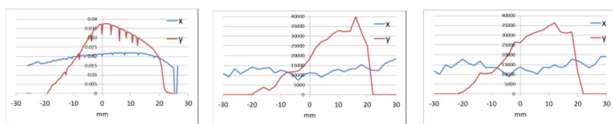


Figure 16: PF_I30 of Tr2. The red and blue lines show x and y profiles, respectively. (left) measured profiles (middle) profiles calculated without energy correction (right) profiles calculated with 99% of energy correction.

Figure 15の左図はPF_I30の実測であり、青線がx方向、赤線がy方向を示している。中間図、右図はPEM_IH10で測定した4次元エミッタンスを初期条件として軌道計算したプロファイルである。実測と中間図を比較すると形状はx, yも似ているが、y方向プロファイルの位置がプラス方向に寄っている。これは計算上の運動量が実際の運動量より高い事を示しており、実際はより低いと推測できる。その原因をイオン源の実際の引出電圧が設定値より低いと推測し、引出電圧を補正する事にした。この引出電圧を0.99倍して軌道計算したTr1, Tr2におけるPF_I30の位置のプロファイルがそれぞれFigure 15, 16右図であり、y方向の位置が実測に近づいた。このようにPF_I30のy方向の位置を比較しながらエネルギー補正が可能となる。

電磁石の設定電流値見直しとエネルギー補正を加えてTr1とTr2の軌道計算を行いEM_I36の位置の2次元エミッタンスとした図がそれぞれFigure 17, 18である。Tr1, Tr2共にEM_I36の実測(それぞれFigure 2, 3)と軌道計算による2次元エミッタンスの分布形状がほぼ合う結果が得られた。エネルギー補正によってもTr2の(u, u')の形状(Figure 18左図)が収縮し実測に近づく効果が見られた。一方、uの位置がマイナス方向に寄ってしまった。このためビーム位置が合わなくなる問題が生じており、エネルギー補正については未だ説明すべき点がある。

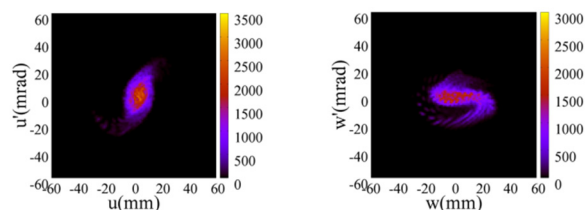


Figure 17: 2D emittance of Tr1 transported to the position of EM_I36 by calculation including energy correction. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w').

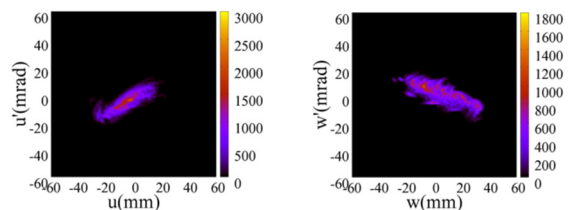


Figure 18: 2D emittance of Tr2 transported to the position of EM_I36 by calculation including energy correction. (left) Image of the (u, u') (right) Image of the (w, w').

6. まとめ

AVFサイクロトロンの入射ビーム軌道の見直しのために4次元エミッタンス測定値を初期条件として軌道計算を行い、実際のビーム軌道に近づく手法を開発してきた。

入射系の二極及び収束要素の電磁石磁場の全てに計算磁場を近似せず導入した。空間電荷効果の計算モデルを単楕円から多段楕円に改良した。これらの手法により計算軌道が実際の軌道により近づくことが分かった。

ここまでの考察からEM_I36の2次元エミッタンス比較の不一致の原因は他にあるとわかり、電磁石磁場補正の修正、エネルギー補正を加えることにより、軌道計算が実際の軌道にさらに近づけることができた。しかし、エネルギー補正には実際のビーム位置(軸)とのずれが生じ、問題が残る。今後は、その解決を行っていく。

参考文献

- [1] Y. Kotaka *et al.*, Proc. 13th HIAT2015, Yokohama, Japan, (2016) pp. 58-61.
- [2] T. Hoffmann *et al.*, Proc. 9th BIW 2000, Cambridge, USA, pp. 432-439.
- [3] Y. Kotaka *et al.*, CNS-Rep-94 (2016) 61.
- [4] D.C. Carey, K.L. Brown and F. Rothacker, FERMILAB-Pub-98/310.
- [5] Y. Kotaka *et al.*, Proc. 13th Annual Meeting of PASJ, Chiba (2016) pp. 1072-1075.
- [6] S. Y. Lee: Accelerator Physics 1st ed. (Singapore, World Scientific, 1999).
- [7] 小高康照 “技術報告集 2016” 東京大学大学院理学系研究科・理学部 技術部 (2016) pp.38-39.