

テーパーXFEL のシミュレーション SIMULATIONS ON TAPERED XFELS

尾崎俊幸[#]

Toshiyuki Ozaki[#]

Accelerator Laboratory

High Energy Accelerator Research Organization

Abstract

In order to obtain structural information of large macromolecular assemblies that can not crystallize such as membrane proteins, TW-level peak power XFELs are required. The saturation power in the conventional SASE regime is in the range of 10 to about 50 GW. Increasing the power beyond the saturation is possible by tapering the undulator magnetic field. Undulator tapering combined with higher peak current allows to achieve the TW power. Time dependent effects in tapered FELs generate sideband instabilities. The simulation shows that the instability is dangerous in SASE operation.

1. はじめに

結晶化できない生体分子の構造解析をするために XFEL が必要とされ、必要なデータ量を集めるには、TW レベルの X 線が要求されている。この要請に応じる設計、つまり、テーパー-FEL が議論されている。

FEL 共鳴条件が満たされると、ビーム不安定性が誘起され、ビームは放射し、その運動エネルギーが放射エネルギーになる。ビーム・バンチングの飽和点で、この動作は止まる。エネルギーを失った量に対応して、共鳴条件を維持するように、アンジュレーター内の磁場を下げると、シンクロナスな減速器になり、さらに放射エネルギーを増やせる。

1981 年、KMR (Kroll-Morton-Rosenbluth) 理論によるテーパー磁場 FEL の提案がなされた[1]。

直ぐに、リバモア研究所の ELF(Electron Laser Facility)で、4.5MeV のインダクション・リニアックで、周期長 9.8cm の電磁石ウイグラーに、850A の電子ビームを入射し、1.3m で 180MW になり飽和したが、この下流の磁場を下げて調整し、2.3m で 1.0GW になった。ここでは上流の 40%の磁場強度にまでテーパー磁場が下がっている[2]。

さらに、リバモアの ATA(Advanced Test Accelerator)で、45MeV-10kA のインダクション・リニアックで、炭酸ガスレーザー10.6 μm の増幅実験が、15m のアンジュレーターで試みられ、27 dB のゲインがあった[3]。しかしながら、テーパー実験は、極めて不満足な結果であった。主たる理由はブライツネスが小さかったと説明されている[4]。

それ以後、しばらく注目されることはなかったが、2000 年以後、SASE の実証とともにテーパー-FEL も LEUTL でテストされた[5]。

世界初の X 線レーザーである LCLS が成功した後、直ぐに、テーパー実験がなされた。テーパーのスタート点とリニアーターパーの傾きを調整して 2.4 倍の増加を得た。しかしながら、GENESIS による計算の 3.3 倍よりも小さい[6]。

2016 年 UCLA は、200GW の CO2 レーザーをシード

光として、65MeV-100A の電子ビームを、54cm の長さの急なテーパーのヘリカル・アンジュレーターに通して、ビーム・エネルギーを 35MeV に下げる変換に成功した[7]。

近年、テーパー-FEL について多くの論文が発表されている。テーパー-FEL では、サイドバンド不安定が第 2 の飽和点とある。サイドバンドによるデラッピングによりパワー増加は妨げられ、そこが性能限界となる。これを論じる。

2. テーパー-FEL の設計

2.1 FELの基礎方程式

平面アンジュレーター内の電子の運動方程式は

$$\frac{d\psi}{dz} = 2k_u \eta$$

$$\frac{d\eta}{dz} = -\frac{eE\hat{K}}{2m_e c^2 \gamma_r} \cos \psi$$

ここで、

$$\hat{K} = K \cdot \left[J_0 \left(\frac{K^2}{4+2K^2} \right) - J_1 \left(\frac{K^2}{4+2K^2} \right) \right]$$

であり、バンチ電流による生成電磁場は、

$$\frac{dE_x}{dz} = -\frac{\mu_0 c \hat{K}}{4\gamma_r} \cdot \tilde{j}_1$$

ここで

$$\tilde{j}_1 = j_0 \frac{2}{N} \sum_{n=1}^N \exp(-i\psi_n)$$

である。

振幅が増加し、やがて、飽和する。飽和後、電子は、ポンデロモータイプ井戸の中を振動する。これはシンクロトロン振動と呼ばれる。

2.2 テーパーの最適解

テーパー・アンジュレーターでは、共鳴エネルギー $\gamma_r m c^2$ は以下の式で定義される。

[#] ozaki@post.kek.jp

$$\frac{1 + \hat{K}^2(z)/2}{2\gamma_r^2(z)} \equiv \frac{\lambda}{\lambda_u} = \text{const.}$$

電子のエネルギー方程式は

$$\frac{d\eta}{dz} = -\frac{1}{\gamma_0} \frac{d\gamma_r}{dz} - \frac{e\hat{K}}{2\gamma_0^2 m_e c^2} E \sin(\theta + \phi)$$

であり、 θ は、平面波に対する電子の位相で、 $\eta = (\gamma - \gamma_r)/\gamma_0$ は相対エネルギー偏差であり、 E と ϕ は放射場の強度と位相である。

シンクロナスの場合、上式の左辺はゼロであるから、

$$-\frac{1}{\gamma_0} \frac{d\gamma_r}{dz} = \frac{e\hat{K}}{2\gamma_0^2 m_e c^2} E \sin \psi_r$$

であり、 ψ_r は、シンクロナスな位相である。テーパFEL は $\sin \psi_r \geq 0$ であり、 z と共に、 E と ϕ が変化して、バケットは、捕獲電子と共に減速し、反対に放射場のパワーは増加する。

バケット面積、つまり縦方向の位相空間 (η, ψ) は、文献[8]が示すように

$$\frac{(1 - \sin \psi_r)}{(1 + \sin \psi_r)}$$

に比例する。そして、バケットの減速率は $\sin \psi_r$ に比例する。したがって、エネルギー変換率は、両者の積に比例して、 $\psi_r \approx 0.4 \text{ rad}$ で最大になる[9]。

これは文献[2]の論文に記載された最適位相角の根拠である。

共鳴を保つには、ビーム・エネルギーに対する磁場は下式を満たす必要がある。共鳴式

$$\lambda = \frac{\lambda_u}{2\gamma_r^2(z)} \left(1 + \frac{\hat{K}^2(z)}{2} \right)$$

および、減速の式

$$\frac{d\gamma_r}{dz} = -\frac{e}{2m_e c^2} \frac{\hat{K}(z) f_B(z) E(z)}{\gamma_r(z)} \sin[\psi_r(z)]$$

である。

この両者から γ_r^2 を消去すると

$$\frac{d\hat{K}}{dz} = -\frac{2e}{m_e c^2} \frac{\lambda}{\lambda_u} f_B(z) E(z) \sin[\psi_r(z)]$$

を得る。 Δz が十分に小さいとして、

$$\hat{K}(z + \Delta z) = \hat{K}(z) -$$

$$\Delta z \cdot \left\{ \frac{2e}{m_e c^2} \frac{\lambda}{\lambda_u} f_B(z) E(z) \sin[\psi_r(z)] \right\}$$

つまり、通常増幅計算をして E を求め、 Δz ほど進んだ位置の磁場を上式から得る。再び、増幅計算をする。これを繰り返す[10]。

ポンデロモーティブ・バケットは

$$\gamma_{\pm}(\psi) = \gamma_R \pm \sqrt{\frac{e\lambda_u \hat{K} f_B E}{4\pi m_e c^2}} \cdot [\cos \psi + \cos \psi_R - (\pi - \psi - \psi_R) \sin \psi_R]^{1/2}$$

である。

3. シミュレーション

シミュレーション・コードは、文献[11]に沿う。ビーム長を出力波長の整数倍の **beamlet** に分けて基本方程式を4次のルンゲクッタで積分して、ビームと波動を、アンジュレーター1周期毎にスリップさせる。ここでは1次元計算であり、近似である。

Table 1: Simulation Parameters

出力波長	0.15 nm
電子エネルギー	13.6 GeV
ピーク電流	4 kA
エネルギー拡がり	1.5 MeV
アンジュレーター周期	3 cm
周期数	2000
K 値	2.475
ピアス・パラメーター	0.0008957

表1に示すようなパラメーターで計算した。LCLS をモデルにした。周期長 3cm が2000回繰り返され、全長60mのアンジュレーターが存在しているとする単純なモデルである。

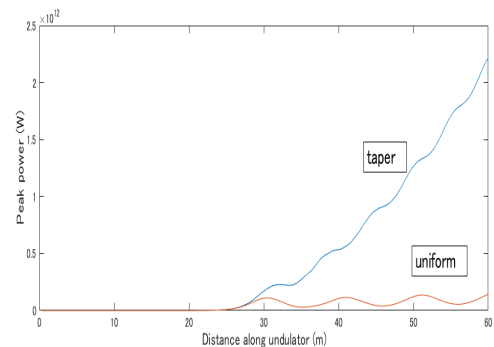


Figure 1: Power evolution.

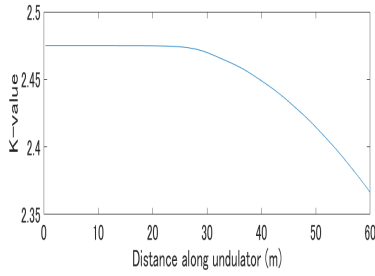


Figure 2: Variation of K-value.

3.1 seed 有の場合

100W の seed があるとする。テーパー・アンジュレーターとユニフォームなアンジュレーターのパワー成長を、Fig. 1 に示す。後者は、3回半ほどのシンクロトン振動をしている。Fig. 2 にテーパー磁場を示す。

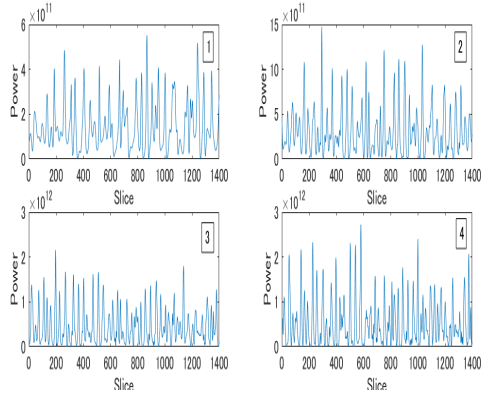


Figure 3: SASE field.

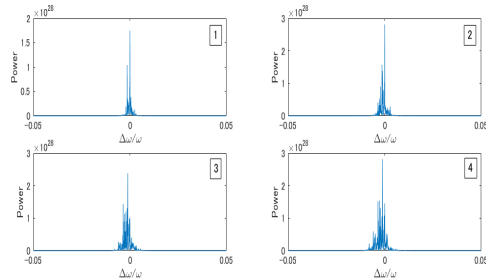


Figure 4: Power spectrum.

3.2 SASE の場合

SASE の出力を Fig. 3 に示す。横軸は、ビームの長さ (Slice) 方向で、縦軸はスパイク電磁場である。ビーム全長は 8 フェムト秒相当の長さである。アンジュレーターに沿って、Z=30m,40m,50m,60m での各スライスのパワーを順に示す。ピークは $5.5, 15, 22, 27 \times 10^{11}$ と増えているが、seed の場合より増幅度は低くなっている。

SASE の理論では、飽和時のバンド幅は、近似式で

$\frac{\Delta\omega}{\omega} \approx 2\rho$ である。Fig. 3 を、スペクトルに分解して、Fig.

4 に示すが、テーパー領域では、ピークは2倍にしかならず、周波数の幅 $\Delta\omega$ が膨らんでいることが解る。

4. サイドバンド不安定性

ビームと波動のスリップはビーム不安定性を生み出す。サイドバンド不安定は、FEL 基本波長から以下の量だけシフトした波長の振動との共鳴によって起きる。つまり、上記のモデルでは、

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\pm\lambda_u}{L_s} \approx \pm \frac{0.03}{8.57} = \pm 3.5 \times 10^{-3}$$

飽和以後、スペクトルにサイドバンドのパワーが現れる。これがビームをデバンチする。実際、Lumpkin らにより、APS の LEUTL で観測され、報告された[12]。

4.1 線形理論

以下の無次元方程式[13]で、サイドバンド不安定を議論する。

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_j}{dz} &= \eta_j \\ \frac{d\eta_j}{dz} &= -(\varepsilon e^{i\theta_j} + \varepsilon^* e^{-i\theta_j}) \\ \frac{d\varepsilon}{dz} &= \frac{1}{N} \sum_j^N e^{-i\theta_j} \end{aligned}$$

ここで、 $\hat{z} = 2k_u \rho z \gamma_r^2 / \langle \gamma_0 \rangle^2$ は、規格化縦方向座標である。 ρ はピアス・パラメーターである。位相は、 $\theta = (k + k_u)z - \omega t$ で定義され、共役無次元変数を

$$\eta_j = \frac{(\gamma_j - \langle \gamma \rangle_0)}{\rho \langle \gamma \rangle_0}$$
 とする。

ε は、規格化された電場はあり、バンチングは、 $b(\bar{z}) = \langle \exp[i\theta(\bar{z})] \rangle$ である。

以下の線形理論は、文献[14]による。

FEL の共鳴条件は、

$$\lambda_R = \frac{\lambda_u}{2\gamma_R^2(0)} \left(1 + \frac{\hat{K}_0^2}{2} \right)$$

である。

テーパー部のアンジュレーターの磁場のテーパー形状を $B(z) = B_0 f_B(z)$ とする。ここで、 B_0 は、平面アンジュレーターのピーク磁場である。

位置座標 z は、テーパーが始まる位置を $z=0$ とする。ビーム・エネルギーは放射場のパワーが増えると反対に減るから、すべての位置で共鳴条件を保持するよう、つまり

$$\gamma_R(z) = \gamma_R(0) f_R(z)$$

を満たすようにしなければならないことから、

$$f_R(z) = \sqrt{\frac{1 + \hat{K}^2(z)/2}{1 + \hat{K}^2/2}}$$

が導かれる。

1次元の単一粒子のFELハミルトニアンは

$$H(\theta, \eta; \hat{z}) = \frac{(\eta - \eta_R)^2}{2f_R} - i \frac{f_B}{f_R} (\varepsilon e^{i\theta} - \varepsilon^* e^{-i\theta})$$

である。ここで、

$$\theta = (k_R + k_u)z - \omega_R t$$

および

$$\eta = \frac{|\gamma - \gamma_R(0)|}{\rho \gamma_R(0)}$$

である。ここで、 ρ はピアス・パラメーターである。

規格化電場 $|\varepsilon|$ と電場 $|E|$ との間に、以下の関係がある。

$$|\varepsilon| = |E| / \sqrt{4\pi n_0 \rho \gamma_R(0) m_e c^2}$$

位相の基本式は

$$\frac{d\theta}{d\hat{z}} = \frac{\partial H}{\partial \eta} = \frac{\eta - \eta_R}{f_R}$$

エネルギーの基本式は

$$\frac{d\eta}{d\hat{z}} = -\frac{\partial H}{\partial \theta} = -\frac{f_B}{f_R} (\varepsilon e^{i\theta} + \varepsilon^* e^{-i\theta})$$

である。共鳴エネルギー γ_R に対する電子位相を θ_R とする。 ϕ は放射場の位相である。

$$\Theta_R = \theta_R + \phi \quad \text{と} \quad \varepsilon_0 = |\varepsilon_0| e^{i\phi}$$

を用いて、

$$\frac{d\eta_R}{d\hat{z}} = -2 \frac{f_B}{f_R} |\varepsilon_0| \cos \Theta_R$$

共鳴に近い電子の位相を

$$\theta = \theta_R + \delta\theta$$

と仮定して、両式から

$$\frac{d^2}{d\hat{z}^2} \delta\theta + \Omega_{\text{syn},0}^2 \delta\theta = 0$$

ここで $\Omega_{\text{syn},0}^2 = 2 \frac{f_B}{f_R^2} |\varepsilon| \sin \Theta_R$ である。

つまり、共鳴に近い電子は、シンクロトロン周波数で振動する。波動の強度 ε は、右辺のパンチングによって成長する。

$$\frac{d\varepsilon}{d\hat{z}} = \left(\frac{\partial}{\partial \hat{z}} + \frac{\partial}{\partial \hat{u}} \right) \varepsilon = \frac{f_B}{f_R} \langle e^{-i\theta} \rangle$$

ここで $\langle \dots \rangle$ はスライス内の平均である。

電場を $\varepsilon = |\varepsilon_0| e^{i\theta}$ と仮定して、SVE (slowly varying envelope) 近似と近軸近似を用いて、ゼロ次のオーダーで、電場成長の基本式

$$\frac{d}{d\hat{z}} |\varepsilon_0| = \left(\frac{\partial}{\partial \hat{z}} + \frac{\partial}{\partial \hat{u}} \right) |\varepsilon_0| = \frac{f_B}{f_R} \langle \cos \Theta \rangle$$

と

$$|\varepsilon_0| \frac{\partial \phi}{\partial \hat{z}} = -\frac{f_B}{f_R} \langle \sin \Theta \rangle$$

を得る。場の強度は

$$|\varepsilon_0| = \sqrt{|\varepsilon_0^{(0)}|^2 + \frac{(1 - f_R(\hat{z}))}{\rho}}$$

となる。飽和した平衡状態の周りでの力学変数を、テーラー展開して、一次項のみを残す。

$$\varepsilon = (|\varepsilon| + \delta\varepsilon' + i\delta\varepsilon'') e^{i\theta}$$

$$\eta = \eta_R + \delta\eta$$

$$\theta = \theta_R + \delta\theta$$

4つの微小 δ の変数は以下のように変動すると仮定する。

$$(\delta\theta, \delta\eta, \delta\varepsilon', \delta\varepsilon'') \propto \text{Re}(e^{ik\hat{z} - i\kappa\hat{t}})$$

さらに、近似式

$$\langle e^{-i\delta\theta} \rangle = 1 - i \langle \delta\theta \rangle$$

を用いて、位相、エネルギー、電場成長の基本方程式に代入して、

$$\begin{pmatrix} ik & -f_R^{-1} & 0 & 0 \\ f_R \Omega_{\text{syn},0}^2 & ik & 2 \frac{f_B}{f_R} \cos \Theta_R & \frac{f_R}{|\varepsilon_0|^2} \Omega_{\text{syn},0}^2 \\ -\frac{f_R}{2|\varepsilon|^2} \Omega_{\text{syn},0}^2 & 0 & i(k - \kappa) & -\frac{f_R}{2|\varepsilon|^2} \Omega_{\text{syn},0}^2 \\ \frac{f_B}{f_R} \cos \Theta_R & 0 & \frac{f_R}{2|\varepsilon_0|^2} \Omega_{\text{syn},0}^2 & i(k - \kappa) \end{pmatrix} \begin{bmatrix} \langle \delta\theta \rangle \\ \langle \delta\eta \rangle \\ \langle \delta\varepsilon' \rangle \\ \langle \delta\varepsilon'' \rangle \end{bmatrix} = 0$$

を得る。解をもつ条件は、行列式がゼロである事である。結局、 κ について4次の分散関係式を得る。

$$(k^2 - \Omega_{\text{syn},0}^2) \left[(k - \kappa)^2 - \frac{f_R^2}{4|\varepsilon_0|^4} \Omega_{\text{syn},0}^4 \right] - \frac{f_B^2}{f_R^2 |\varepsilon_0|^2} \Omega_{\text{syn},0}^2 = 0$$

上記のシミュレーションで得た数値

$$\Omega_{\text{syn},0} \approx 3.54 \quad |\varepsilon_0| \approx 16.06 \quad f_B = f_R = 1$$

を利用して数値計算すると、Fig. 5 のようになり、

$\kappa \approx \Omega_{\text{syn},0}$ で最大成長率になる。

この曲線は、上側から $f_B = 1, 0.95, 0.9, 0.8, 0.6, 0.4$ に対応する。前章のテーパーは 95.5%まで下がる緩やかな傾きである。上側の2つの曲線の間が採用できる。

4.2 シミュレーションとの比較

Fig. 3 の 30m と 40m のスペクトルは $\Delta\lambda/\lambda = 0.0035$ に収まる。Fig. 5 から増幅率をテーパー平均値で近似して、約 0.15 とみて、距離 10m の増幅は

$$G = \exp\left(\int \max |\text{Im} k(\zeta)| d\zeta\right) \approx \exp(0.15 \times 10) \approx 4.5$$

であり、Fig. 4 と凡そ一致する。

しかしながら、50m や 60m では周波数幅が広がっているので、線形理論を超え、理論の適用外である。

5. 3D コード

文献[15]において、1D コードと 3D コードの相違を述

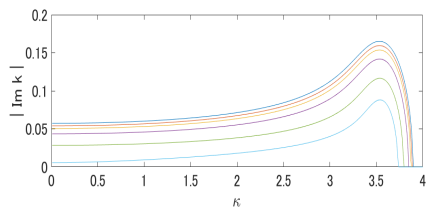


Figure 5: Instability gain.

べている。シンクロトロン振幅は、1D が大きく出る。3D では、ビームが外に行くに従い、密度が低下し、したがってゲインが下がる。飽和は中央よりも遅い。この混じり合いが、振幅を下げる。出力飽和後は、オプティカル・ガイドの作用がなくなるので、回折により広がる[16]。

6. 実機

テーパー・アンジュレーターのアライメント要求は、アンジュレーターよりも厳しい[17]。さらに、本論文のようにSASEは困難であり、seed を利用すべきである。

これまでは、セグメント毎に、磁場強度を変えて、ステップなテーパーを用いたが、今後は、無理がある。

LCLS-II SXR アンジュレーターは、各セグメントでテーパーにすることができる。その中の SXU-006 (長さ 3.4 m) で、ビーム上流側と下流側にテーパーを付けて試験した[18]。測定されたギャップ長は、上流で 7.999 mm、下流で 8.299 mm であった。K値は、上流で 5.31015、下流で 5.13017 である。磁場測定から計算された位相エラーや位相マッチング・エラーは、問題になるほど大きくはならないと報告している。

参考文献

- [1] N. M. Kroll, P. L. Morton and M. N. Rosenbluth, “Free-Electron Lasers with Variable Parameter Wigglers”, IEEE QE-17, 1981, pp. 1436-1468.
- [2] T. J. Orzechowski, B. R. Anderson, J. C. Clark, W. M. Fawley, A. C. Paul, D. Prosnitz, E. T. Scharlemann, S. M. Yarema, D. B. Hopkins, A. M. Sessler, and J. S. Wurtele, “High-Efficiency Extraction of Microwave Radiation from a Tapered-Wiggler Free-Electron Laser”, Phys. Rev. Lett. Vol. 57, 1986, pp. 2172-2175.
- [3] T. J. Orzechowski, J.L. Miller, J. T. Weir, Y. -P. Chong, D. F. Chambers, G. A. Deis, A. C. Paul, D. Prosnitz, E. T. Scharlemann, K. Halbach, and J. Edighoffer, “FREE-ELECTRON LASER RESULTS FROM THE ADVANCED TEST ACCELERATOR”, Proceedings of the 1988 Linear Accelerator Conference, Williamsburg, Virginia, USA, 1988, pp. 281-284.
- [4] William M. Fawley “Three-plus Decades of Tapered Undulator FEL Physics” FEL2015 Invited Talk, Daejeon, Korea, 2015.
- [5] Z. Huang and W. H. Fawley, “GINGER SIMULATIONS OF SHORTPULSE EFFECTS IN THE LEUTL FEL”, proceedings of the 2001 Particle Accelerator Conference, Chicago, 2001, pp. 2713-2716.
- [6] D. Ratner, A. Brachmann, F. J. Decker, Y. Ding, D. D. Dowell, P. Emma, J. Frisch, S. Gilevich, G. Hays, P. Hering, Z. Huang, R. Iverson, H. Loos, A. Miahnahri, H. D. Nuhn, J. Turner, J. Welch, W. White, J. Wu, D. Xiang, G. Yocky and W. M. Fawley, “FEL GAIN LENGTH AND TAPER

MEASUREMENTS AT LCLS”, Proceeding of FEL 2009, Liverpool, UK, 2009, pp. 221-224.

- [7] N. Sudar, P. Musumeci, J. Duris, I. Gadjev, M. Polyanskiy, I. Pogorelsky, M. Fedurin, C. Swinson, K. Kusche, M. Babzien, and A. Gover “High Efficiency Energy Extraction from a Relativistic Electron Beam in a Strongly Tapered Undulator”, Phys. Rev. Lett. 117, 2016, 174801.
- [8] S. Y. Lee, “Accelerator Physics”, Second Edition World Scientific Chapter 3 Synchrotron motion II.2 Bucket Area ,p253.
- [9] William M. Fawley, Zhirong Huang, Kwang-Je Kim, Nikolai A. Vinokurov, “Tapered undulators for SASE FELs”, Nucl. Instrum. & Methods., A483, 2002, pp. 537-541.
- [10] Alan Mak, Francesca Curbis, and Sverker Werin, “Model-based optimization of tapered free-electron laser”, Phys. Rev. ST Accel. Beams 18 (2015) 040720.
- [11] Kwang-je Kim, Zhirong Huang, and Ryan Lindberg, “Synchrotron Radiation and Free-Electron Laser”, Cambridge University Press, Appendix B: Simulation Methods for FELs.
- [12] A. H. Lumpkin, R. Dejus, L. W. Lewellen, W. Berg, S. Biedron, M. Borland, Y. C. Chae, M. Erdmann, Z. Huang, K. -J. Kim, Y. Li, S.V.Milton, E. Moog, D. W. Rule, V. Sajaev, and B. X. Yang, “Evidence for Microbunching Sidebands in a Saturated Free-Electron Laser Using Coherent Optical Transition Radiation” Phys. Rev. Lett Vol.88, 2002, 234801.
- [13] R. BONIFACIO, F. CASAGRANDE, M. FERRARID, P. PIERINI AND N. PIOVELLA: “ HAMILTONIAN MODEL AND SCALING LAWS FOR FREE-ELECTRON -LASER AMPLIFIERS WITH TAPERED WIGGLER”, OPTICS COMMUNICA-TIONS Vol. 66, 1988, pp.133-139.
- [14] Cheng-Ying Tsai, Juhao Wu, Chuan Yang, Moohyun Yoon, and Guanqun Zhou, “Sideband instability analysis based on a one-dimensional high-gain free electron laser model”, Phy. Rev. AB 20, 2017, 120702.
- [15] Peter Schmuser, Martin Dohlus, Jorg Rossbach, “Ultraviolet and Soft X-Ray Free Electron Lasers”, Springer, pp. 99-100.
- [16] W. M. Fawley, “Optical guiding” limits on extraction efficiencies of single-pass, tapered wiggler amplifiers”, Nucl. Instrum. & Methods., A375, 1996, pp. 550-562.
- [17] W. M. Fawley, J. Frisch, Z. Hung, Y. Jiao,, H. -D. Nuhn, C. Pellegrini, S. Reiche, J. Wu, “TOWARD TW-LEVEL ,HARD X-RAY PULSES AT LCLS”, SLAC-PUB-14616, LCLS-TN-11-3 September, 2011.
- [18] Zachary Wolf, Yurii Levashov, Heinz-Dieter Nuhn, “Initial Tests of Tapering An LCLS-II Undulator”, LCLS-TN-II ,March 6, 2018.