

# 位相空間回転による STF での高ルミノシティビーム生成のための実験的研究 EXPERIMENTAL STUDY OF HIGH LUMINOSITY BEAM GENERATION IN STF BY PHASE SPACE ROTATION

伊達圭祐<sup>#, A)</sup>, 栗木雅夫<sup>A)</sup>, 荒本真也<sup>A)</sup>, リプタックザカリー<sup>A)</sup>, 早野仁司<sup>B)</sup>, 山本康央<sup>B)</sup>, 山本尚人<sup>B)</sup>,  
鷲尾方一<sup>C)</sup>, 坂上和之<sup>D)</sup>, 柏木茂<sup>E)</sup>

Keisuke Date<sup>#, A)</sup>, Masao Kuriki<sup>A)</sup>, Shinya Aramoto<sup>A)</sup>, Zachary Liptak<sup>A)</sup>,  
Hitoshi Hayano<sup>B)</sup>, Yasuo Yamamoto<sup>B)</sup>, Naoto Yamamoto<sup>B)</sup>,  
Masakazu Washio<sup>C)</sup>, Kazuyuki Sakaue<sup>D)</sup>, Shigeru Kashiwagi<sup>E)</sup>

<sup>A)</sup> Hiroshima University

<sup>B)</sup> KEK

<sup>C)</sup> Waseda University

<sup>D)</sup> University of Tokyo

<sup>E)</sup> Tohoku University

## Abstract

Linear colliders, including the ILC, are the only way to achieve electron-positron collisions at high gravimetric energies well above 200 GeV. The method to increase luminosity with limited power and to suppress the increase of energy width due to Beamstrahlung is asymmetric beam collisions. In this study, simulations and matrix calculations were performed as a preliminary step to generate asymmetric beams at STF using two phase-space rotation techniques, RFBT and TLEX.

## 1. はじめに

コライダーは高エネルギー領域での物理現象を観測することを目的として、加速された同程度の運動量をもつ粒子同士を正面衝突させることで重心系エネルギーを最大化させる加速器の利用方法である。静止している粒子に加速粒子を打ち込む固定標的型に比べ、重心系エネルギーは大きい反応確率や操作性で劣るという特徴がある。従って全てのコライダーの課題はルミノシティ(反応レートを断面積で規格化した値)を高めることにある。

コライダーには円形加速器を用いたリングコライダーと、線形加速器を用いたリニアコライダーがある。リングコライダーは粒子が軌道を周回することで、衝突点で複数回イベントを観測できるというメリットがあるが、シンクロトロン放射によるエネルギーロスを生じる。加速量が放射パワーを上回っている場合は加速可能だが、シンクロトロン放射による粒子あたりの放射パワーは

$$P = \frac{2}{3} e r_e m c^2 \beta^4 \frac{\gamma^4}{\rho^2} \quad (1)$$

で表され、放射パワーはエネルギー( $\gamma$ )の四乗に比例し軌道半径の二乗に反比例することから、より高エネルギーで加速しようとする場合、一周当たりの加速量をエネルギーの四乗で増やしていく軌道半径を大きくする必要があるので高エネルギー領域では効率が悪くなる。一方でリニアコライダーの場合にはシンクロトロン放射によるエネルギー損失が無くエネルギーは加速勾配と敷地面積で決まるため、リングコライダーに比べてエネルギー効率が良い。また、リニアコライダーの建設コストは加速

空洞の数に比例するため、設計を簡略化することでコストを抑えることができる。

現在計画が進められている国際リニアコライダー(International Linear Collider: ILC)は、電子陽電子衝突型加速器で、重心系エネルギー250GeVを想定しており、日本の岩手県に建設が予定されている。リニアコライダーのルミノシティは

$$L = \frac{f N^2}{4\pi\sigma_x\sigma_y} \quad (2)$$

と表される。 $f$ は衝突周波数、 $N$ はバンチ内粒子数、 $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ はそれぞれ衝突点におけるx方向、y方向のビームサイズである。また、必要な電力は以下の式で記述される。

$$P_w = 2\eta E f n N^2 \quad (3)$$

ルミノシティを大きくするためにビーム電流を大きくするとその分必要な電力も大きくなるため避けたい。従ってビームサイズを極小化すれば良いが、単純にビームサイズを小さくするとBeamstrahlungによってエネルギー広がりを生じてしまう。Beamstrahlungとは衝突相手のビームによって作られた磁場がシンクロトロン放射を誘起しビームエネルギーを減少させる作用であり、そのエネルギー広がり

$$\Delta E \propto \frac{1}{(\sigma_x + \sigma_y)^2 \sigma_z} \quad (4)$$

で表される。従ってBeamstrahlungによるエネルギー広がりを抑制しつつルミノシティを高めるには $\sigma_x \gg \sigma_y$ となるような扁平ビームを生成する必要がある。現在のILCの設計では周長3kmのダンピングリングにビームを蓄積し、放射減衰によって扁平ビームを生成する設計である。

<sup>#</sup> m225408@hiroshima-u.ac.jp

このダンピングリングを用いる代わりに、位相空間上でビームを操作することでエミッタンスを振り分け、扁平ビームを生成する技術(RFBT, TLEX)が考えられている。この技術によりダンピングリングを用いないコンパクトな加速器の設計が可能となる。以下にそれぞれの技術について説明する。

## 2. RFBT

RFBTとはRound to Flat Beam Transformationの略称であり、x-y方向の位相空間での回転操作を施すことによりx-y間に非対称エミッタンスを生成する。Fig. 1にその概念図を示す。

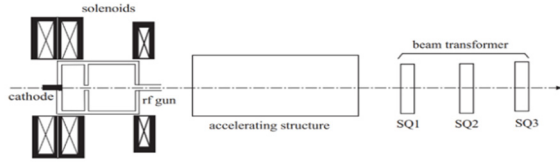


Figure 1: Conceptual diagram of RFBT.

ビームをソレノイド磁場中のカソードで生成し  $x-y'$ ,  $y-x'$  間に角運動量による相関を持たせる。この際に生じた見かけ上のエミッタンス増大をビームライン下流に設けた Skew Quadrupole(通常の Quadrupole を  $45^\circ$  回転させたもの)3つを通すことで解消し、その一連の過程で  $x-y$  間のエミッタンスが振り分けられ非対称なエミッタンスを生成する。この過程を以下に見る。

ソレノイド磁場中のカソードで、横方向位相空間の粒子座標は

$$X = \begin{pmatrix} x \\ x' - ky \end{pmatrix} \quad Y = \begin{pmatrix} y \\ y' + kx \end{pmatrix} \quad (5)$$

と書ける。ここで  $k$  は  $B_c$  をカソード上での縦方向磁束密度として

$$k = \frac{eB_c}{2p_z} \quad (6)$$

である。カソード表面での相関モーメントがない( $\langle xx' \rangle = \langle xy \rangle = \dots = 0$ )と仮定すると、ビームマトリックスは

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} \sigma^2 & 0 & 0 & k\sigma^2 \\ 0 & k^2\sigma^2 + \sigma'^2 & -k\sigma^2 & 0 \\ 0 & -k\sigma^2 & \sigma^2 & 0 \\ k\sigma^2 & 0 & 0 & k^2\sigma^2 + \sigma'^2 \end{pmatrix} \quad (7)$$

と表せる。ここで  $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle = \langle y^2 \rangle$ ,  $\sigma'^2 = \langle x'^2 \rangle = \langle y'^2 \rangle$  である。また、RMS エミッタンスは  $\Sigma$  行列の行列式に相当するため Twiss Parameter とシンプレティック単位行列  $J$  を用いて

$$T_0 = \begin{pmatrix} \beta & -\alpha \\ -\alpha & \frac{1+\alpha^2}{\beta} \end{pmatrix} \quad (8)$$

$$\Sigma_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon T_0 & LJ \\ -LJ & \varepsilon T_0 \end{pmatrix} \quad (9)$$

と書ける。Eq. (7)と Eq. (9)から

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= k\sigma^2 \\ \varepsilon &= \sqrt{\varepsilon_u^2 + \mathcal{L}^2} \quad (\varepsilon_u = \sigma\sigma') \\ \alpha &= 0 \\ \beta &= \frac{\sigma^2}{\sqrt{\varepsilon_u^2 + \mathcal{L}^2}} \end{aligned} \quad (10)$$

である。ここで  $\varepsilon_u$  は非相関横方向エミッタンス(熱エミッタ

ンス)と解釈できる。次にシンプレティック転送行列  $M$  によってビームマトリックスの非対角成分を 0 にするために Skew Quadrupole  $\times 3$  の構成について考える。ビーム輸送において転送前の  $\Sigma$  行列を  $\Sigma_0$ 、転送後の  $\Sigma$  行列を  $\Sigma_1$  とすると、転送行列  $M$  を用いて

$$\Sigma_1 = M\Sigma_0\tilde{M} \quad (11)$$

の関係性がある。通常 Quadrupole  $\times 3$  の転送行列  $M_{NQ}$  は

$$M_{NQ} = \begin{pmatrix} A & 0 \\ 0 & B \end{pmatrix} \quad (12)$$

と表せ、Skew Quadrupole  $\times 3$  の場合は回転行列  $R$  を用いて

$$M = R^{-1}M_{NQ}R \quad (13)$$

であり、 $45^\circ$  回転の時

$$M = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} A_+ & A_- \\ A_- & A_+ \end{pmatrix} \quad A_{\pm} = A \pm B \quad (14)$$

と書ける。ここで

$$A_- = A_+S \quad (15)$$

の関係式が成り立つとする。ここで  $S$  は

$$S = \pm JT_0^{-1} = \pm \begin{pmatrix} -\alpha & -\beta \\ \frac{1+\alpha^2}{\beta} & \alpha \end{pmatrix} \quad (16)$$

であり、 $xy$  相関を示す行列である。以上の条件で Eq. (11)を用いると、カソードで生成された  $\Sigma_0$  は Skew Quadrupole  $\times 3$  を通過した後  $xy$  混合成分は 0 になり

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \varepsilon_- T_- & 0 \\ 0 & \varepsilon_+ T_+ \end{pmatrix} \quad (17)$$

と表せる。ここで  $\varepsilon_{\pm} = \varepsilon \pm \mathcal{L}$  である。従って振り分けられたエミッタンスは

$$\varepsilon_{\pm} = \sqrt{\varepsilon_u^2 + \mathcal{L}^2} \pm \mathcal{L} \quad (18)$$

と表せて、入力ビームマトリックス  $\Sigma_0$  から非対称エミッタンスを作ることができると示された。

また、 $\mathcal{L} \gg \varepsilon_u$  のとき

$$\frac{\varepsilon_{\pm}}{\varepsilon_u} \approx \left( \frac{2\mathcal{L}}{\varepsilon_u} \right)^2 \quad (19)$$

であり、エミッタンス比は熱エミッタンスとソレノイド磁場が与える角運動量によって決まり、エミッタンス積は保存されている。また、Eq. (15)から Skew Quadrupole の構成は 3 つの Skew Quadrupole を SQ(1), SQ(2), SQ(3) とした時、SQ(1)と SQ(2)間の距離を  $d_2$ 、SQ(2)と SQ(3)間の距離を  $d_3$ 、 $d_T = d_2 + d_3$  と設定して

$$\begin{aligned} q_1 &= \pm \sqrt{\frac{-d_2 S_{11} + S_{12} - d_2 d_T S_{21} + d_T S_{22}}{d_2 d_T S_{12}}} \\ q_2 &= -\frac{S_{12} + d_T S_{22}}{d_2 d_3 (1 + S_{12} q_1)} \\ q_3 &= -\frac{q_1 + q_2 + d_2 S_{11} q_1 q_2 + S_{21}}{1 + (d_T q_1 + d_3 q_2) S_{11} + d_2 d_3 q_2 (S_{21} + q_1)} \end{aligned} \quad (20)$$

と導かれる。

## 3. TLEX

TLEXとは Transverse to Longitudinal Emittance Exchange の略称であり、RFBT による非対称エミッタンスで  $\varepsilon_y$  が要求値であった場合過大となる  $\varepsilon_x$  を、x-z の位相空間分布を入れ替えることによって z 方向に逃がす技術である。TLEX は EEX(Emittance EXchanger)と呼ばれる 2 つの Dogleg の間に  $TM_{110}$  モードの Cavity を配置した

ビームラインを使用する。Fig. 2 にその概念図を示す。

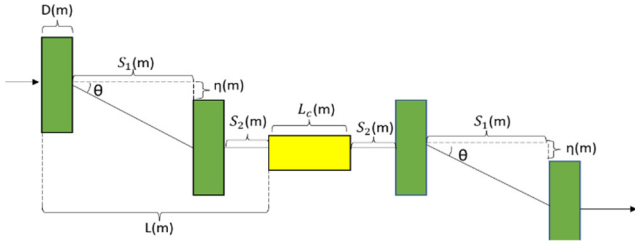


Figure 2: Conceptual diagram of TLEX.

Dogleg の転送行列 $M_D$ は

$$M_D(\eta, \xi, L) = \begin{pmatrix} 1 & L & 0 & \eta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \eta & 1 & \xi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

で与えられ、 $\eta$ は dispersion 関数、 $\xi$ は momentum compaction 関数であり、それぞれ

$$\eta = \frac{S_1 \sin \theta}{\cos^2 \theta} + \frac{2D}{\sin \theta} \left( \frac{1}{\cos \theta} - 1 \right) \quad (22)$$

$$\xi = \frac{S_1 \sin^2 \theta}{\cos^3 \theta} + \frac{2D}{\sin \theta} \left( \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \theta \right) \quad (23)$$

$$L = \frac{S_1}{\cos^3 \theta} + \frac{2D}{\cos \theta} + S_2 \quad (24)$$

と書け、Dogleg 通過前のエネルギー広がりが $\delta_0 = \frac{\Delta E_0}{E}$ のとき、Dogleg 通過後の $x_1, z_1$ に対して

$$\Delta x_1 = \eta \frac{\Delta E_0}{E} \quad \Delta z_1 = \xi \frac{\Delta E_0}{E} \quad (25)$$

のような位置変化をもたらす。また $TM_{110}$ モード Cavity の転送行列 $M_c$ は thin lens 近似の時

$$M_c(k) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

で与えられる。ここで $k$ は Cavity の振幅を表すパラメータで、アリス径 $a$ 、Cavity 中心から $a/2$ の位置での加速電圧 $V_0$ 、ビームエネルギー(電圧表示) $E$ を用いて

$$k \equiv \frac{V_0}{aE} \quad (27)$$

で定義される。EEX 全体での転送行列 $M_{EEX}$ は

$$M_{EEX} = M_D M_C M_D \quad (28)$$

から Eq. (21), Eq. (26)を代入して

$$M_{EEX} = \begin{pmatrix} 1+k\eta & 2L(1+k\eta) & kL & \eta(1+k\eta) + \eta + \xi kL \\ 0 & 1+k\eta & k & k\xi \\ k\xi & \eta(1+k\eta) + \eta + \xi kL & 1+k\eta & 2\xi(1+k\eta) \\ k & kL & 0 & 1+k\eta \end{pmatrix} \quad (29)$$

と求まる。ここで対角成分を 0 にする整合条件

$$1 + k\eta = 0 \quad (30)$$

から $k$ は

$$k = 2.16 \quad (31)$$

と求まり、Eq. (30)を適用すると $M_{EEX}$ は

$$M_{EEX} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{L}{\eta} & \eta - \frac{\xi L}{\eta} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\eta} & -\frac{\xi}{L} \\ -\frac{\xi}{\eta} & \eta - \frac{\xi L}{\eta} & -\frac{1}{\eta} & -\frac{\xi}{L} \\ -\frac{1}{\eta} & -\frac{L}{\eta} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (32)$$

と書ける。上式は Dogleg のパラメータのみで記述されており、対角成分の行列式が0、非対角成分の行列式が1

であることから TLEX 通過後の  $x, z$  位相空間はそれぞれ通過前の  $z, x$  位相空間が転送されたものであることが分かる。エミッタンスの大きさは不変であることから EEX 通過前の  $x$  と  $z$  空間でのビームエミッタンスをそれぞれ  $\varepsilon_{0x}, \varepsilon_{0z}$  とすると、通過後のビームエミッタンス $\varepsilon_{1x}, \varepsilon_{1z}$ は

$$\varepsilon_{1x} = \varepsilon_{0z} \quad (33)$$

$$\varepsilon_{1z} = \varepsilon_{0x} \quad (34)$$

のようになる。TLEX 入り口での粒子状態 $S_i$ 、TLEX 出口での粒子状態 $S_f$ の関係性は $S_f = M_{EEX} S_i$ であるため

$$S_f = \begin{pmatrix} x_f \\ x'_f \\ z_f \\ \delta_f \end{pmatrix} = M_{EEX} \begin{pmatrix} x_i \\ x'_i \\ z_i \\ \delta_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{L}{\eta} z_i + \left(\eta - \frac{\xi L}{\eta}\right) \delta_i \\ -\frac{1}{\eta} z_i - \frac{\xi}{\eta} \delta_i \\ -\frac{\xi}{\eta} x_i + \left(\eta - \frac{\xi L}{\eta}\right) x'_i \\ -\frac{1}{\eta} x_i - \frac{L}{\eta} x'_i \end{pmatrix} \quad (35)$$

と書ける。エミッタンスの積は保存され、各変数の値は EEX の設計によって決定される。

#### 4. シミュレーションと行列計算

シミュレーションには空間電荷追跡アルゴリズム ASTRA を用いた。ASTRA は、初期粒子を生成する generator、外部の磁場や電場の影響を読み取って粒子を追跡する ASTRA、電磁界を表示する fieldplot、粒子の位相空間プロットを表示する postpro、ビームサイズ・エミッタンス等を表示する lineplot から構成される。

当初 RFBT では STF のビームラインを想定した荒本案の構成ファイルを使用していた。Skew Quadrupole 通過後のエミッタンスは $\varepsilon_x = 62.57(\mu\text{m})$ 、 $\varepsilon_y = 0.12(\mu\text{m})$ であり、エミッタンス比にして 519.3 であった。しかし、 $\varepsilon_x$ と $\varepsilon_z$ の間に大きな差がなかったため TLEX を行う際に  $x-z$ でのエミッタンス交換の様子が見えにくいという理由から RFBT は ASTRA の sample ファイルを使用することにした。しかしながら RFBT に対する理解が不十分であったため RFBT のシミュレーションに用いたビームは第 2 項で述べたような計算を適切に行えておらず、単に  $x-y$  でエミッタンスが偏りながら増大しているだけとなっている。

EEX 入射直前の各エミッタンスは $\varepsilon_x = 32.99(\mu\text{m})$ 、 $\varepsilon_z = 2.19(\mu\text{m})$ である。

次に TLEX の行列計算について説明する。行列計算は Cavity 長を無視する thin lens 近似による計算と、Cavity 長を有限とする thick lens の計算を行った。EEX によるビームの輸送は Eq. (11)より

$$\Sigma_f = M_{EEX} \Sigma_i \widetilde{M}_{EEX} \quad (36)$$

である。入射直前のビームに  $x-z$  相関がないとき

$$\Sigma_i = \begin{bmatrix} \Sigma_{xi} & 0 \\ 0 & \Sigma_{zi} \end{bmatrix} \quad (37)$$

であり、Twiss Parameter を用いて

$$\Sigma_i = \varepsilon_i \begin{bmatrix} \beta_i & -\alpha_i \\ -\alpha_i & \gamma_i \end{bmatrix} \quad (38)$$

と書ける。これに EEX 入射直前のビームパラメータと Eq. (26)を入れて計算すると

$$\Sigma_f = \begin{bmatrix} 35.33 & 20.57 & 0 & 0 \\ 20.57 & 12.11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12.08 & 227.31 \\ 0 & 0 & 227.31 & 4365.97 \end{bmatrix} \quad (39)$$

となり、各エミッタンスは

$$\varepsilon_{xf} = \sqrt{35.33 \times 12.11 - (20.57)^2} = 2.19 \quad (40)$$

$$\varepsilon_{zf} = \sqrt{12.08 \times 4365.97 - (227.31)^2} = 32.99 \quad (41)$$

と求まる。従って thin lens 近似の時エミッタンスは x-z で完全に交換する。

Thick lens の場合、 $M_C$ は

$$M_C^{thick} = \begin{pmatrix} 1 & L_C & kL_C/2 & 1 \\ 0 & 1 & k & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ k & kL_C & Nk^2L_C & k \end{pmatrix} \quad (42)$$

で与えられる。Thin lens の場合と同様の計算過程を施すと EEX 通過後の各エミッタンスは  $\varepsilon_{xf} = 2.34$ ,  $\varepsilon_{zf} = 33.08$  となった。Thin lens, Thick lens 各過程でのエミッタンスの推移を Fig. 3, Fig. 4 に示す。ここで4つの Bending Magnet(B1~B4) と Cavity(c) の位置は B1=6.1m、B2=7.3m、c=8.05m、B3=8.8m、B4=10m である。Thin lens、Thick lens ともに見かけのエミッタンス増大が見られるが Thin lens ではエミッタンスが完全に交換しており、Thick lens ではエミッタンスの積が保存されていない。また、Thick lens での輸送後のエミッタンスは

$$\varepsilon_{x1}^2 = \varepsilon_{z0}^2 (1 + \rho_0 \lambda^2) \quad \varepsilon_{z1}^2 = \varepsilon_{x0}^2 (1 + \lambda^2 / \rho_0) \quad (43)$$

とも記述される。ここで  $\rho_0 = \varepsilon_{x0} / \varepsilon_{z0}$  である。また  $\lambda^2$  は EEX の各パラメータを用いて

$$\lambda^2 = \frac{L_C^2 (1 + \alpha_{z0}^2) (\xi^2 + (\xi \alpha_{z0} - 2\beta_{z0})^2)}{64\eta^2 \beta_{x0} \beta_{z0}} \quad (44)$$

で表され、エミッタンス増大因子である。つまり thick lens ( $L_C > 0$ ) のときエミッタンス増大が生じ、thin lens 近似 ( $L_C = 0$ ) のときエミッタンス増大なく完全に交換する。(43) を計算すると  $\varepsilon_{xf} = 9.89(\mu\text{m})$ ,  $\varepsilon_{zf} = 34.37(\mu\text{m})$  となり、増大率  $R$  を

$$R = \frac{\varepsilon_{xf} \varepsilon_{zf}}{\varepsilon_{xi} \varepsilon_{zi}} \quad (45)$$

と定義すると  $R=4.70$  程度でエミッタンス交換することが確認できた。増大因子を下げる手法については今後検討する。

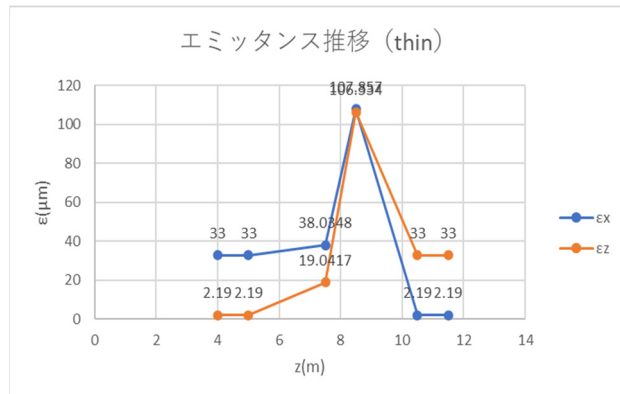


Figure 3: emittance exchange (thin lens).

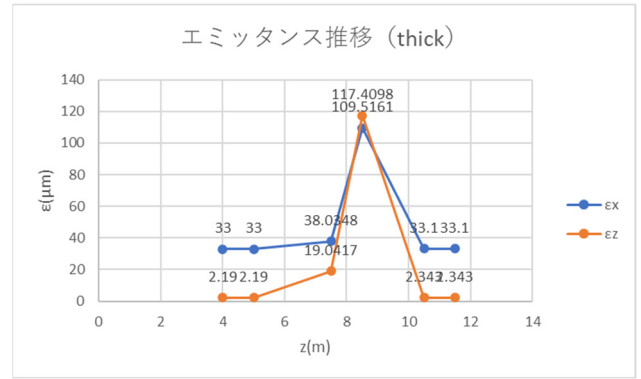


Figure 4: emittance exchange (thick lens).

## 5. $TM_{110}$ モード Cavity の電磁場計算

ピルボックス型  $TM_{110}$  モード Cavity の概念図を Fig. 5 に示す。

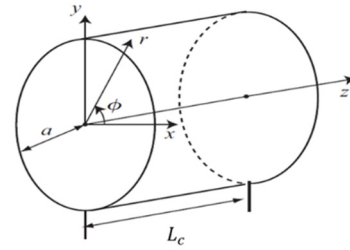


Figure 5: Conceptual diagram of Pillbox Cavity.

電磁場成分は以下の式で与えられる。

$$E_z = E_{110} J_1(k_c r) \cos \varphi e^{i\omega t} \quad (46)$$

$$E_x = E_y = 0 \quad (47)$$

$$B_x = E_{110} \left\{ -\frac{i\omega}{k_c^2 c^2} \frac{J_1(k_c r)}{r} \sin \varphi \cos \varphi + \frac{i\omega}{k_c c^2} J_1' \frac{i\omega}{k_c c^2} J_1' (\cos \varphi \sin \varphi k_c r) \right\} e^{i\omega t} \quad (48)$$

$$B_y = E_{110} \left\{ -\frac{i\omega}{k_c^2 c^2} \frac{J_1(k_c r)}{r} \sin^2 \varphi - \frac{i\omega}{k_c c^2} J_1' (k_c r) \cos^2 \varphi \right\} e^{i\omega t} \quad (49)$$

$E_{110}$  は振幅であり、これが求まれば必然的にすべての成分が求まる。ここで  $a$  を Cavity 半径として境界条件

$$E_z(a, \varphi, z) = 0 \quad (50)$$

より、ベッセル関数について

$$J_1(k_c a) = 0 \quad (51)$$

が成り立つ。この解を

$$k_c a = \rho_{11} \quad (52)$$

とする。 $\rho_{11}$  はベッセル関数の根で、 $\rho_{11} = 3.83$ 。また、Cavity 半径  $a$  は

$$k_c = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\rho_{11}}{a} \quad (53)$$

の関係式から  $a = 0.14(\text{m})$ 、Eq. (52) から  $k_c = 27.25$  となる。従って Eq. (43) は

$$E_z = E_{110} J_1(27.25r) \cos \varphi e^{i\omega t} \quad (54)$$

と書ける。ここで Eq. (27) の  $k$  の定義から

$$\int_0^{L_c} \frac{\partial E_z(0)}{\partial x(0)} dz = Ek \quad (55)$$

が成り立つので  $E_{110}$  は  $E_z$  の  $x$  微分を Cavity 長の範囲で  $z$  積分することで求まる。Eq. (55) の左辺を計算すると

$$\int_0^{L_c} \frac{\partial E_z(0)}{\partial x(0)} dz = \frac{13.626 E_{110} c}{\pi f} \quad (56)$$

となり、Eq. (55)とEq. (56)から $E_{110}$ は

$$E_{110} = \frac{\pi f E k}{13.626c} = 38.41 \text{ (MV/m)} \quad (57)$$

と求まる。従って Eq. (46) ~ Eq. (49)と Eq. (57)によって  $TM_{110}$ モード Cavity の電磁場成分が求まった。

Fig. 6 ~ Fig. 9 に ASTRA に導入する  $TM_{110}$ モード Cavity の電磁場成分の強度分布を示す。

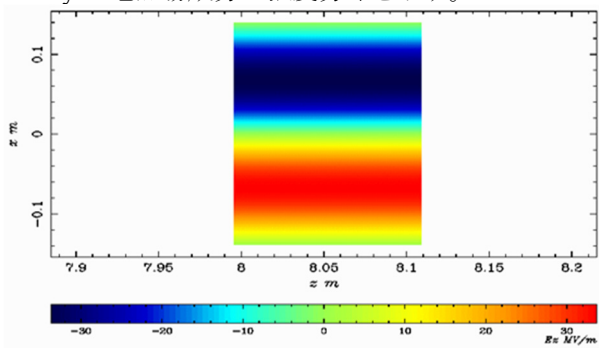


Figure 6:  $E_z$  (x-z plane).

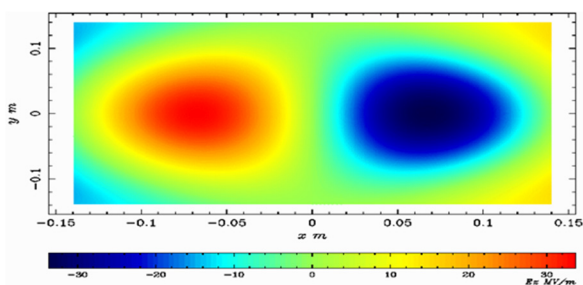


Figure 7:  $E_z$  (x-y plane).

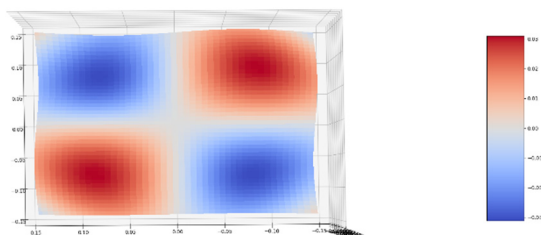


Figure 8:  $B_x$  (View from z-direction).

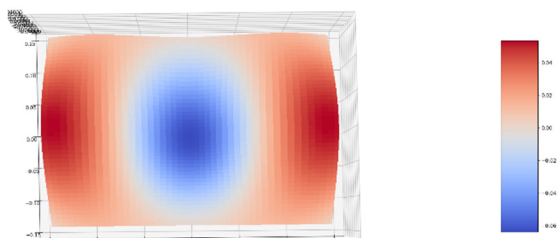


Figure 9:  $B_y$  (View from z-direction).

電場強度  $E_z \sim 10^1$  (MV/m), 磁束密度  $B_x, B_y \sim 10^{-2}$  (T) のオーダーであり、 $TM_{110}$ に従った分布を描いている。

## 6. まとめ

本研究は ILC 計画においてダンピングリングを用いる代わりに RFBT と TLEX と呼ばれる2つの位相空間回転技術を用いて非対称ビームを生成することを提案した。今回は RFBT と TLEX を高エネルギー加速器研究機構超伝導リニアック試験施設(KEK STF)にて行う前段階としてシミュレーション、行列計算、Cavity の電磁場計算を行った。しかしながら、理論やシミュレーターへの理解が不十分であり RFBT、TLEX ともにシミュレーションで再現するに至らなかった。今後の見通しとして STF での実験に向けて、RFBT および TLEX への理解を深めるとともにシミュレーションで再現し、エミッタンス交換可能な EEX の設計を行う予定である。

## 謝辞

本研究を進めるにあたり、研究に対する思考や加速器物理について根気強く丁寧に指導してくださった栗木先生に感謝申し上げます。また共著者の方々には今回の発表でシミュレーション結果まで示せなかったことをお詫び申し上げます。今後の RFBT および TLEX の再現実験に向けて研究活動に励んで参ります。