

Control of Synchrotron Oscillation by Transverse Feedback

Takeshi Nakamura¹

Japan Synchrotron Radiation Research Institute / SPring-8
1-1-1 Kouto, Sayo-cho, Sayo-gun, Hyogo, 679-5198

Abstract

Transverse kick on a beam at dispersive section can control the circumference of a ring and the energy shift of the beam can be measured from the transverse position of a beam at a dispersive section. Using this, we propose a scheme of a longitudinal feedback by transverse feedback at a dispersive section.

横方向フィードバックによるシンクロトロン振動制御

1. はじめに

蓄積リングにおいて、ディスパージョンのあるところでのビームの横方向位置には、エネルギーのずれによる寄与が含まれる。また、ディスパージョンのあるところでの横方向キックは、周長を変化させる。すなわち横方向の位置を測定してビームのエネルギーのずれを求め、それに対して必要な周長の変化量を計算し、対応する横方向キックをビームに加えれば、シンクロトロン振動を制御できる (図 1)。すなわち、横方向のフィードバック [1] をそのまま縦方向のフィードバックに適用することが可能である。

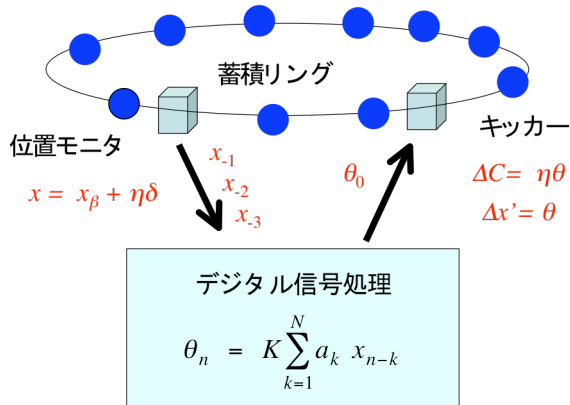


図 1 : ディスパージョンが 0 でないところでの横方向フィードバック。

しかし、必要な横方向キックは、エネルギーのシフトに対して位相が 90 度ずれている必要がある (図 2)。しかし、通常のリングではシンクロトロン振動の周期が長いため、このような位相差を作り出すためには大きな遅延量が必要である。また、また、このようなフィードバックは、ベータトロン振動にも影響を及ぼすので、それも含めて安定でなければならない。これらの条件を満たすことは、アナログフィードバックでは困難であった [2]。

これに対し、デジタルフィードバックを用いれば、必要な 90 度の位相のずれを作り出し、かつベータトロン振動への影響を抑制することが可能である。

本手法を用いることにより、従来の縦方向フィードバックでは必要であったエネルギーキッカーやその信号処理系が不要となり機器が簡素化できる。また、水平、垂直の 2 次元フィードバックの方法を拡張することにより、縦方向を含めた 3 次元フィードバックの可能性につながる。

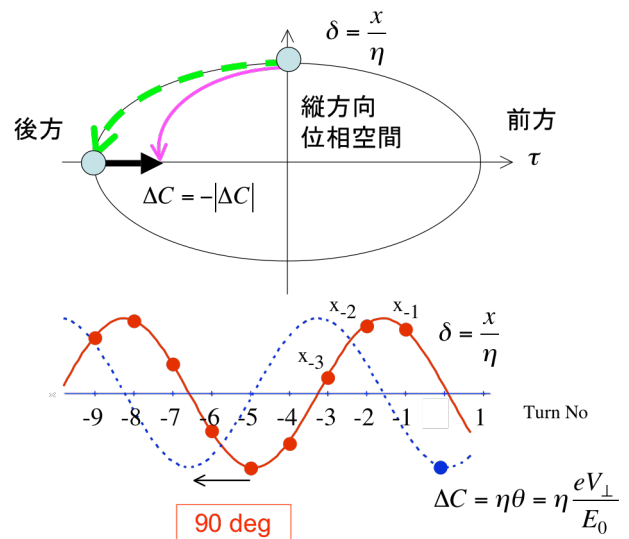


図 2 : ビームの横方向位置とシンクロトロン振動を減衰させるのに必要なキック ($\alpha > 0$)。

2. シンクロトロン振動の制御

ディスパージョン η の場所での偏向角 θ の横方向キックによる周長の変化量は、

$$\Delta C = \eta\theta \quad (1)$$

である [3]。 θ を横方向キックの電圧 V^\perp で表すと

$$\theta = \frac{eV^\perp}{E_0} \quad (2)$$

となる。ここで、 E_0 はリングのエネルギーである。

¹ E-mail: nakamura@spring8.or.jp

これと、エネルギーキッカーの電圧 V^{\parallel} による縦方向キック $\theta^{\parallel} = \frac{eV^{\parallel}}{E_0}$ を含めたシンクロトロン振動の運動方程式は、

$$\frac{\tau_{n+1} - \tau_n}{T_0} = -\alpha \delta_n - \frac{1}{cT_0} \eta \theta_n^{\perp} \quad (3)$$

$$\frac{\delta_{n+1} - \delta_n}{T_0} = \frac{\omega_s^2}{\alpha} \tau_{n+1} + \frac{1}{T_0} \theta_{n+1}^{\parallel} \quad (4)$$

となる。ここで、 n 周回目での、リファレンスのタイミングに対する時間のずれを τ_n 、相対エネルギーのシフトを $\delta_n = \Delta E_n / E$ 、シンクロトロン角周波数を ω_s 、モーメンタムコンパクションファクターを α 、周回周期を T_0 としている。また、ベータトロン振動の周期は、シンクロトロン振動の周期に比べて十分に早く、シンクロトロン振動の周波数でのキックは、ベータトロン振動に対して断熱的であるとす。

デジタルフィードバックでは、 n 周回目での横方向電圧 V_n^{\perp} を、 $n-k$ 周回目ビームの位置 x_{n-k} 、 $k = 1, 2, 3, \dots$ から作り出すが、そのための信号処理として、FIRフィルタを用いる。これは、

$$\theta_n^{\perp} = K \sum_{k=1}^N a_k x_{n-k} \quad (5)$$

の形のフィルタであり、そのシンプルさから、bunch-by-bunch フィードバックのような高いデータレートでかつ短い処理時間が要求されるシステムで用いられている。

このフィルタに対して、 $n-k$ 周回目でのエネルギーのシフト δ_{n-k} をもちいて、 $x_{n-k} = \eta \delta_{n-k}$ と表し、シンクロトロン振動への影響をみる。

以下では、下付き文字をもつ量 A_n は、 n に対して $A_n = \tilde{A}(\phi) e^{in\phi}$ の依存性を持つとする。

この仮定と式(5)から、

$$\tilde{\theta}^{\perp}(\phi) = \left(K \eta \sum_{k=1}^N a_k e^{-ik\phi} \right) \tilde{\delta} = \eta \tilde{K}(\phi) \tilde{\delta} \quad (6)$$

が得られる。ここで、

$$\tilde{K}(\phi) = K \sum_{k=1}^N a_k e^{-ik\phi} \quad (7)$$

とおいた。また、 $\lambda = e^{i\phi}$ とおいて、式(3), (4) から、 λ についての固有値方程式

$$\lambda^2 - \left(2 + \omega_s^2 T_0^2 - \frac{\omega_s^2 T_0 \eta^2}{\alpha c} \tilde{K} \right) \lambda + 1 = 0 \quad (8)$$

が得られる。ここで θ^{\parallel} の項は 0 としている。 λ の 2 つの解を

$$\lambda_{\pm} = e^{\pm i(\phi_R + i\phi_I)} \quad (9)$$

とおく。 ϕ_R および ϕ_I は、それぞれ 1 ターンあたりのシンクロトロン振動の位相の進みおよび減衰量である。通常のリングでは、 $|\phi_R| \ll 1$ であり、また減衰が小さく、 $|\phi_I| \ll 1$ および $|\phi_I| \ll |\phi_R|$ を満たすと仮

定して、 λ を、 ϕ_R の 2 次および ϕ_I の 1 次まで展開して式(8)に代入すると

$$\phi_R = \omega_s T_0 = 2\pi\nu_s \quad (10)$$

$$\phi_I = \frac{1}{2} \frac{\omega_s \eta^2}{\alpha c} \text{Im} \left[\tilde{K}(2\pi\nu_s) \right] \quad (11)$$

が得られる。ここで ν_s はシンクロトロンチューンである。

3. ベータトロン振動への影響

ビームの横方向の位置には、ベータトロン振動の成分も含まれているが、これのフィードバックに及ぼす影響を検討する。

シンクロトロン振動の場合と同様の議論により、

$$\phi_R = \omega_{\beta} T_0 = 2\pi\nu_{\beta} \quad (12)$$

$$\phi_I = \frac{1}{2} \beta \text{Im} \left[\tilde{K}(2\pi\nu_{\beta}) \right] \quad (13)$$

が得られる。ここで、 $\beta = \sqrt{\beta_M \beta_K}$ であり、 β_M および β_K はそれぞれ、位置モニタおよびキッカーでのベータ関数の値である。また ν_{β} はベータトロンチューンである。

4. SPring-8 蓄積リング

本手法を表 1 に示すパラメータをもつ SPring-8 蓄積リングに適用した場合の例を示す。

表 1 : SPring-8 蓄積リングのパラメータ

パラメータ	シンボル	値
エネルギー	E_0	8 GeV
周回周期	T_0	4.79 μ s
モーメンタム コンパクションファクター	α	1.46×10^{-4}
シンクロトロンチューン	ν_s	0.007
水平ベータトロンチューン	ν_{β}	0.15
ディスパージョン	η	0.3 m

これから、縦方向および横方向の減衰率は、

$$\phi_I^{\parallel} = 0.013 \text{Im} \left[\tilde{K}(2\pi\nu_s) \right] \quad (14)$$

$$\phi_I^{\perp} = 13 \text{Im} \left[\tilde{K}(2\pi\nu_{\beta}) \right] \quad (15)$$

となる。ここで、 ϕ_I^{\parallel} および ϕ_I^{\perp} はそれぞれ、縦方向および横方向の 1 ターンあたりの減衰率である。ここで、縦方向の減衰率として、放射減衰の 10 倍程度とすると、 $|\phi_I^{\perp} / \phi_I^{\parallel}| \sim 10^{-2}$ とすれば、フィードバックの横方向振動への寄与は放射減衰に比べて 1/10 となり、無視できる程度になる。この仮定と式(14), (15) から、ベータトロン振動とシンクロトロン振動でのゲインの比として

$$\left| \frac{\text{Im} \left[\tilde{K}(2\pi\nu_{\beta}) \right]}{\text{Im} \left[\tilde{K}(2\pi\nu_s) \right]} \right| \sim 10^{-5} \quad (16)$$

が必要となる。

ベータatron振動への影響を抑制するには、リングの異なる2点での位置モニタの情報からベータatron振動の寄与を差し引く方法が考えられるが、ここではFIRフィルタにより、抑制する手法を示す。

5. FIRフィルタ

Time Domain Least Square Fitting法 [1] により求めたFIRフィルタ (128-tap) の例を図3、4、5に示す。横軸はチューンであり、縦軸は $\tilde{K}(2\pi\nu)$ の位相および $\tilde{K}(2\pi\nu)$ の絶対値を v_s での値で正規化したもの、である。このフィルタを用いれば、シンクロtron振動の減衰に必要な位相差90度を作り出しながら、ベータatron振動のチューンでのゲインを、式(16)を満たす程度に小さくすることが可能である。また、ここには示さないが、ベータatronチューンでのゲイン、位相を最適化して2次元同時にフィードバックを行うことも原理としては可能である。

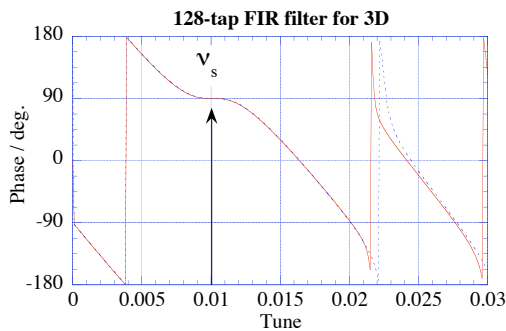


図3：FIRフィルタのシンクロtronチューン(矢印)付近での位相のチューン依存性。

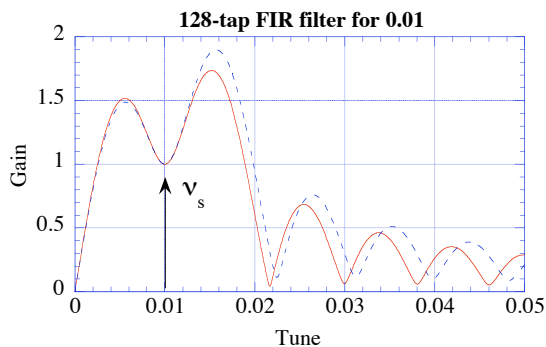


図4：FIRフィルタのシンクロtronチューン(矢印)付近でのゲインのチューン依存性。

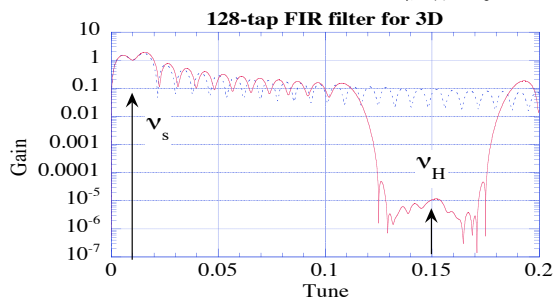


図5：FIRフィルタの水平ベータatronチューン(矢印)付近でのゲインのチューン依存性。

6. ダイナミックレンジ

フィードバックによる減衰を取り入れて、式(3)および式(4)を微分方程式として書き直すと、

$$\frac{d\tau}{dt} = -\alpha\delta - \frac{\eta}{cT_0} \frac{eV_{\perp}}{E_0} = -\alpha\delta - \frac{2}{\tau_{FB}} \tau \quad (17)$$

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{\omega_s^2}{\alpha} \tau + \frac{1}{T_0} \frac{eV_{\parallel}}{E_0} = \frac{\omega_s^2}{\alpha} \tau - \frac{2}{\tau_{FB}} \delta \quad (18)$$

となる。これから、振幅と減衰時間の関係式

$$\left| \frac{\eta}{cT_0} \frac{eV_{\perp,\max}}{E_0} \right| = \left| \frac{2}{\tau_{FB}} \tau_{\max} \right| \quad (19)$$

$$\left| \frac{1}{T_0} \frac{eV_{\parallel,\max}}{E_0} \right| = \left| \frac{2}{\tau_{FB}} \delta_{\max} \right| \quad (20)$$

が得られる。ここで、 $\delta_{\max} = |\omega_s / \alpha| \tau_{\max}$ を用い、 τ_{\max} として、1 ps、 τ_{FB} として放射減衰と同等の4 ms とすると、

$$V_{\perp,\max} = \left| \frac{cT_0}{\eta} \frac{E_0}{e} \frac{2}{\tau_{FB}} \right| \tau_{\max} = 19 \text{ kV} \quad (21)$$

$$V_{\parallel,\max} = \left| \frac{\omega_s T_0}{\alpha} \frac{E_0}{e} \frac{2}{\tau_{FB}} \right| \tau_{\max} = 1.7 \text{ kV} \quad (22)$$

となる。

バンチレート500MHz帯域用の横方向キッカーおよび縦方向キッカーのシャントインピーダンスとして、40 k Ω および1 k Ω を用いると、必要なパワーは、それぞれ、4.6 kW、1.4 kWとなり、大きく異なる訳ではない。

また、SPring-8では、横方向のダイナミックレンジとして500 μm が必要であるが、我々のフィードバック用信号処理装置は、12-bitのADC (4096ステップ)を用いているので、ADCのステップあたりの変位は、0.24 $\mu\text{m}/\text{step}$ となる。縦方向のダイナミックレンジ1psは、エネルギーのずれに直すと 8.6×10^{-5} であり、 $\eta = 0.3\text{m}$ の場所での横方向変位は26 μm となる。これは、ADCのステップの10倍であるので、縦方向にも対応可能であると考えられる。

参考文献

- [1] T. Nakamura, S. Date, K. Kobayashi, T. Ohshima, Proceedings of EPAC 2004, p.2649 (2004).
中村 剛, 「加速器」, Vol. 1, No. 3, p199 (2004).
- [2] A.W. Chao, P. L. Morton, J. R. Rees, "SINGLE FEEDBACK SYSTEM FOR SIMULTANEOUS DAMPTNG OF HORIZONTAL AND LONGITUDINAL COHERENT OSCILLATIONS", PAC1979, p.3343 (1979).
- [3] S. Y. Lee, "Accelerator Physics", World Scientific (1999).