

Model Calibration of the SAGA Light Source Electron Storage Ring Using Orbit Response Matrix

Yoshitaka Iwasaki^{1,A)}, Yuichi Takabayashi^{A)}, Shigeru Koda^{A)}, Katsuhide Yoshida^{A)}, Takio Tomimasu^{A)},
Hideaki Ohgaki^{B)}

^{A)} Kyushu Synchrotron Light Research Center, 8-7 Yayoigaoka, Tosu, SAGA, 841-0005

^{B)} Institute of Advanced Energy, Kyoto University, Gokanoshō, Uji, Kyoto, 611-0011

Abstract

The computer model orbit response matrix was fitted to the measured orbit response matrix to determine the gradients in 40 quadrupole magnets and to calibrate the strengths of 80 correctors and the gains of 48 BPMs at the SAGA Light Source electron storage ring. The fitting accuracy of the parameters was investigated by the analysis of the response matrix calculated under the condition of known errors. After the fitting analysis the model well reproduced the measured orbit response matrix, but not well reproduce the measured beta functions.

SAGA Light Source電子蓄積リングのレスポンス行列を用いたモデル校正

1. はじめに

SAGA Light Source電子蓄積リングは現在、デザイン動作点^[1]にて1.4GeV、100mAのユーザー運転を行っている^[2]。ツイスパラメータもほぼデザインを実現した^[3]。

コミッショニング初期においては、電源設定値と磁場データから求まる4極電磁石K値を用いてオプティックスのコントロールを試みたが、計算によるチューンと測定によるチューンには大きな差異があったため、計画的なオプティックスのコントロールが困難であった。そこで、チューンおよびツイスパラメータの各観測値と計算値との差ができるだけ小さくなるように、4極電磁石電源設定値と磁場データによるK値から実効的なK値を得る補正量を導出した。最終的にQFW、QDW（ウィグラの挿入が予定されている長直線部上下流のダブレット）の微調整を行いデザインオプティックスに移行した。

しかし、チューンとツイスパラメータの観測値とモデル計算との差異を最小にするようK値補正量を求めた場合、フィッティングの重み付けによって解が変るため、K値の補正量には任意性が残っていた。正確なK値補正量の導出、ステアリング電磁石の強度およびBPMゲインの校正を目的として、レスポンス行列を用いたモデル校正を行うこととした。

2. レスポンス行列を用いたモデル校正

実測により取得したレスポンス行列は実際の加速器のチューンやツイスパラメータの反映であるため、解析により実際の加速器について多くの情報を得ることができる^[5]。レスポンス行列の観測値とモデルにより計算したレスポンス行列の差異を最小にするフィッティング手法により4極電磁石K値やその他の加速器のパラメータを導出する方法が知られてお

り、多くの放射光リングで実施されている^{[6][7]}。

R_{mod} 、 R_{meas} をそれぞれ実測およびモデル計算によるレスポンス行列としたとき、各行列要素の差の2乗和を最小にするようにモデルのパラメータのフィッティングを行うものである。ここで、 σ はBPMのノイズレベルである。

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(R_{\text{mod},ij} - R_{\text{meas},ij})^2}{\sigma^2}$$

SAGA Light Source電子蓄積リングでは24台のBPMおよび水平垂直各40台のステアリング電磁石から得られる24×80のレスポンス行列を用い、40台の4極電磁石K値、80台のステアリング電磁石強度、水平垂直各24台のBPMゲインのフィッティングを行うこととした。レスポンス行列の計算にはTRACY2^[8]を用いた。

i 番目のステアリング電磁石による水平方向キック量変位を $\theta_{x,i}$ 、その位置での分散関数を $\eta_{x,i}$ 、 α_c をモーメンタムコンパクション、 L_0 をRF周波数により決まるリング周長としたとき、ステアリング電磁石の励磁によるエネルギーシフトは

$$\frac{\Delta E_i}{E} = \frac{\theta_{x,i} \eta_{x,i}}{\alpha_c L_0}$$

と表わされる^[7]。文献[6]ではエネルギーシフトによる軌道の変位をフィッティングパラメータとして導入しているが、TRACY2はオフモーメンタム粒子の軌道計算を直接行えるため、分散、モーメンタムコンパクションについても計算によって得られる値を用い、実測値と計算値を合わせるための新たなフィッティングパラメータは導入しなかった。

レスポンス行列の観測値とモデル計算の差を最小

¹ E-mail: iwasaki@saga-ls.jp

にするように加速器のパラメータ (k :4極電磁石K値、ステアリング強度、BPMゲイン、etc) をフィッティングする問題は多変数関数の最小点を見つける問題であり、全てのパラメータに対して

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial k_1} = 0, \frac{\partial \chi^2}{\partial k_2} = 0, \dots, \frac{\partial \chi^2}{\partial k_n} = 0$$

なるパラメータの組を見つけることである。ステアリング電磁石強度およびBPMゲインに関してレスポンス行列は1次関数であり微分量 $\partial \chi^2 / \partial k_i$ は各変数に独立である。したがって、ステアリング電磁石強度およびBPMゲインに関しては変数ごとに $\partial \chi^2 / \partial k_i = 0$ となるよう順次に解を求めた。ただし、ステアリング強度とBPMゲインの解の間には明かな任意性があり解は一意的に決まらない。全てのステアリング電磁石強度を定数倍し、全てのBPMゲインを同じ定数で除して得られるレスポンス行列は等しいからである。このため χ^2 の最小化だけによつてはステアリング電磁石強度とBPMゲインの絶対値は確定されない。そこで、80台のステアリング電磁石のうち、水平垂直方向各1台 (SFX2およびSFY2) のキック量は、蓄積リング内のスクリーンモニタによるキック角測定データを採用し、フィッティングの拘束条件とした。

4極電磁石K値については β 関数がそれぞれの4極電磁石K値の関数となっているため、 $\partial \chi^2 / \partial k_i$ は各変数の関数である。一般に n 次元空間で定義された微分可能な関数 $f = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ において f の変化率が最も大きいのは

$$\vec{u} = (\partial f / \partial x_1, \partial f / \partial x_2, \dots, \partial f / \partial x_n)$$

関数の極小点が1つであると仮定すると、最も大きく減少する方向に移動していけば、必ず最小点に収束するので、ある4極電磁石K値の組 (k_1, k_2, \dots, k_n) が与えられたとき、各K値を

$$\frac{-\partial \chi^2}{\partial k_1} dk, \frac{-\partial \chi^2}{\partial k_2} dk, \dots, \frac{-\partial \chi^2}{\partial k_n} dk$$

だけ変化させ、 χ^2 が最小となる dk を求め、iterationにより4極電磁石K値のフィッティングを行った。

3. フィッティングの精度

レスポンス行列のフィッティング手法は、数値的に微分係数や最小値を求めるため、実際に何回のiterationでどの程度正確にパラメータを再現できるのか必ずしも明確でない。また、解のユニーク性や再現精度は、用いる行列要素の数とフィッティングを行うパラメータ数、対象とする関数の形に依存する筈である。そこで、4極電磁石 $\pm 0.5\%$ 、ステアリ

ング電磁石強度に $\pm 2\%$ 、BPMゲイン $\pm 5\%$ のエラーをモデルに与え、 24×80 要素のレスポンス行列から、前項の手法により、40個の4極電磁石K値、78台 (=80-2) のステアリング強度、48台のBPMゲインがどの程度正確に再現できるかのテストを行った。ただし、BPMノイズ、ミスアライメント等、他のエラーは含めていない。

図1に例としてQD1電磁石K値および垂直方向BPMゲインのフィッティングによる再現性を示す。約400回のiterationによりK値の再現性は99.9%、ステアリング強度の再現性は99.6%、ゲインの再現性は99.5%となった

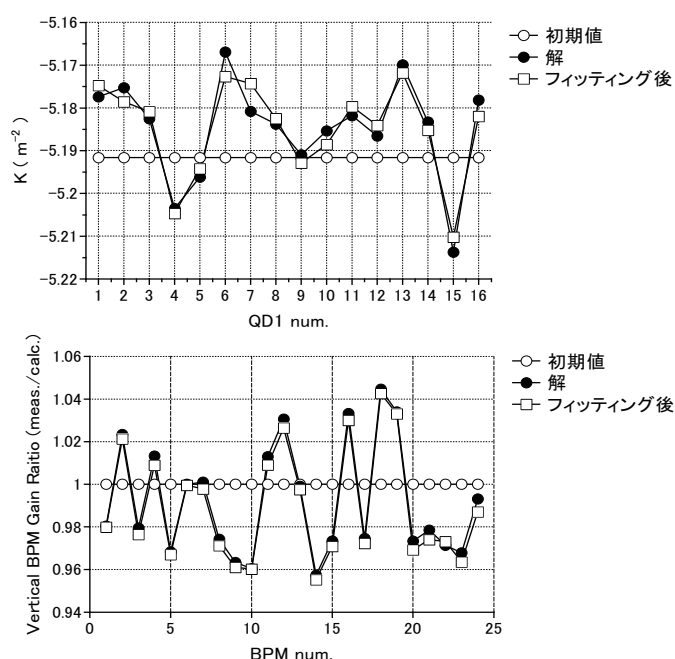


図1：レスポンス行列のフィッティングによるパラメータの再現性(400iteration後)

実際のエラーの大きさによってiterationの回数とパラメータの再現精度との関係が異なる可能性があるが、K値のフィッティング誤差として0.1%以下を目標とし、400回以上のiterationを行うこととした。

4. 実測のレスポンス行列の解析結果

6極電磁石によるレスポンス行列への影響をなくすため、6極電磁石をオフした状態でレスポンス行列を実測し解析を行った。解析したレスポンス行列は各ステアリング電磁石に1A通電 (約0.1mrad程度のキック) して得たものである。BPMのノイズレベル σ は約7 μ mであった。400回のiterationの後、実測によるレスポンス行列とモデル計算によるレスポンス行列の誤差の標準偏差はBPMノイズレベル以下の6.4 μ mとなった。表2に各パラメータの解析結果を示す。4極電磁石の磁場測定データでは個別のK値のばらつきは0.1%程度であるが、フィッティングにより約1%の非常に大きなばらつきが算出された。図3

に解析の結果得られた4極電磁石のK値から計算した β 関数および観測値との比較を示す。

	Family	< K > (m ⁻²)	RMS deviation %
Quad	QF1	5.3373	0.33
	QD1	-5.1912	0.22
	QF2	4.0660	1.18

	Type	< kick > (mrad/A)	RMS deviation %
Corrector	SFX	0.0796	1.23
	SDX	0.0980	1.73
	STX	0.1052	0.60
	SFY	0.0745	0.94
	SDY	0.0944	1.08
	STY	0.0552	1.93

	Type	< meas/model >	RMS deviation %
BPM Gain	Horizontal	0.97	2.50
	Vertical	0.98	2.42

表2：フィッティングの結果得られた各パラメータの平均値およびばらつき

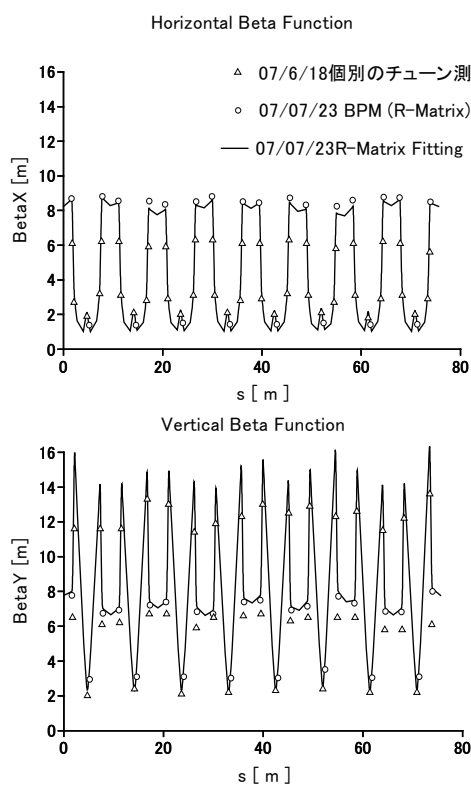


図2：レスポンス行列により得られた4極電磁石Kによる β 関数（実線）および観測による β 関数。BPM位置での β 関数の導出にはフィッティングの結果得られたステアリング強度、BPMゲインの校正値を使っている。

5. まとめ

既知のエラーを含んだ計算によるレスポンス行列の解析を行い、フィッティングにより得られる解の精度を検証した。仮定したエラーの条件下では、400回のiterationにより、4極電磁石K値について99.9%の再現性が得られた。

実測によるレスポンス行列を用いたモデリングの結果、K値の補正量($K_{\text{effective}} - K_{\text{p.s.}}$)/ $K_{\text{p.s.}}$ は

QF1:-4.4%、QD1:-6.1%、QF2:-0.9%

$K_{\text{effective}}$:実効的なK値

$K_{\text{p.s.}}$:電源設定値と磁場データから得られるK値

となった。チューン、ツイスパラメータのフィッティングにより得た値と同様に大きな補正量となった。大きな補正が必要な原因としては、4極電磁石の磁場測定は単体で行われたものであるが、実際の電磁石は4極電磁石に6極電磁石が近接しているため、4極電磁石の有効長が6極電磁石により変化していることが考えられる。

BPMゲインには約3パーセントのばらつきがあったが、絶対値としてはほぼ1に近く、ビーム軌道変位の絶対値はほぼ正しくモニタできていることがわかった。

フィッティングの結果得たK値による β 関数の計算値は、チューンシフトの測定より求めた β 関数と傾向は合うものの、最大で20%以上の誤差があった。QF2電磁石には1%以上の異常なばらつきが算出された。BPMノイズが大きく、フィッティングの精度が低下した可能性がある。今後、BPMノイズおよびその他のエラーがレスポンス行列に与える影響について解析を進め、得られた結果を元に β 関数の補正を行う予定である。

参考文献

- [1] T.Tomimasu, et al., "SAGA Light Source DESIGN REPORT"
- [2] S.Koda, et al., "PRESENT STATUS OF SYNCHROTRON RADIATION FACILITY SAGA-LS", Proc. of this meeting
- [3] Y.Takabayashi, et al., "Measurements of Lattice Functions of the SAGA-LS Storage Ring", Proc. of this meeting
- [4] Y. Chung, et al., "Measurement of Beta-Function and Phase Using the Response Matrix", Proc. of the PAC1993, pp. 188-190
- [5] J. Safranek, "Experimental determination of storage ring optics using orbit response measurements", Nucl. Instr. and Meth. A 388, p. 27-36 (1997).
- [6] D. Robin, G. Portmann, H. Nishimura, "Realizing the benefits of restored periodicity in the advanced light source", Proc. of the EPAC1996, pp. 971-973.
- [7] J.Bengtsson and M. Meddahi, "Modeling of beam dynamics and comparison with measurements for the advanced light source. Proc. of the EPAC1994, pp. 1021-1023.
- [8] TRACY user's manual, unpublished.