

Equivalent circuit analysis of 950 keV linac

Takuya Natsui*, Lee Kiwoo, Mitsuru Uesaka

Nuclear Professional School, School of Engineering, University of Tokyo

22-2 Shirane-shirakata, Tokai, Naka, Ibaraki JAPAN 319-1188

Abstract

We are developing a portable 950 keV X-band (9.4GHz) electron linac X-ray source for on-site nondestructive testing. To realize an on-site diagnostics, we adopted a compact X-band 9.4 GHz magnetron of 250 kW for RF generation device. We aim to generate 0.2 Gy/min of X-ray at 1-m distance. However, this linac have a problem of short beam current. We could not obtain comfortable amount of X-ray. In the beam current measurement, we found a oscillation of beam current in the 2.5 μ sec pulse. This beam oscillation makes lack of beam current. Consequently, we developed a new simulation code using equivalent circuit analysis for research into a source of this matter. As a result, we ware able to elucidate the cause.

950 keV linac における等価回路解析

1. はじめに

東京大学原子力専攻では小型非破壊検査用 950 keV 電子 linac の開発を行っている。この linac は on-axis カップリングの APS 型であり、250 kW 出力の 9.4 GHz マグネトロンを RF 源としている。当初、80 mA の加速ビーム電流を見込んで設計されたが、実験において十分なビーム量が得られなかった。さらに 2.5 μ sec のビームパルス内においてビーム電流量の振動が観測された [1]。

950 keV linac においてはビーム加速試験において、ビーム電流とエネルギースペクトラムが測定されている。図 1 はエネルギー測定体系の写真である。このエネルギー測定において、ビームのエネルギーはほぼ設計値に達しているものの電流量が振動していることが分かった。その振動の周期は 9.4 MHz であった。

この問題は、ビームと加速電場との相互作用によって引き起こされると予想された。すなわちビームローディングが加速管の中の RF パワーを変化させ、それによりビーム加速状況がまた変化するということが繰り返されていると考えられた。

そこで、このような現象を計算できるようなシミュレーション方法を選択し、新たに計算コードを作製した。これは、等価回路解析にビーム加速とビームローディングの効果を付加したものである。完成した計算コードでシミュレーションを行ったところ実験と同様な現象を再現することができた。

2. 計算手法

ビーム振動の原因は、「高周波発生源の振動」と「加速管そのものの特性の問題」の 2 種類が考えられたが、さまざまな実験と考察から加速管そのものの特性であることが分かった。加速管の特性の問題点はシミュレーションでは計算できない過渡的な現象に起因して起こっていることになる。また、ビームを少なくすると振動現象がなくなることから、ビームと高周波の相互作用によりこの現象が引き起こされることが予想された。

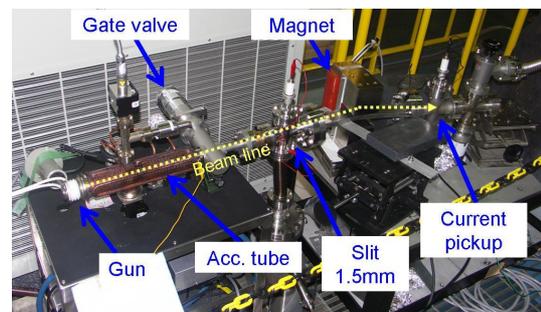


図 1: 950 keV linac におけるビームエネルギー測定体系

そこで、ビームと高周波の相互作用を時間領域で計算できる方法のシミュレーションが必要となった。このような現象を計算できる方法として PIC (Particle In Cell) 法があるが、今回の現象には適用できないと結論付けた。なぜなら、PIC 法で計算できる時間スケールは高周波の周期で数周期分ほどの時間で、今回のように 1000 周期以上の計算では時間的にも難しい。さらに、加速管のように Q 値が高い共振空洞の連成振動体においては、個々の空洞のわずかな周波数差であっても性能に大きく影響が出る。そのようなものを PIC で計算しても長時間計算では誤差が蓄積されて正確な結果を出すことは非常に難しい。

そこで、時間的、精度的に今回の現象に適している方法として等価回路計算を応用することにした。等価回路計算とは加速管を考えると、電磁場を直接解くのではなく、共振空洞連成振動体としての加速管特性を電気回路に置き換える、という方法である [2]。この方法では、各空洞の共振周波数、結合係数、Q 値などが直接設定できるため、加速管特性を決定付けるこれらの数値に誤差が入ることがない。そのため長時間計算でも正確に加速管の特性を再現できる。また、計算速度も非常に速い。この方法にビーム加速計算を繰り返すことで今回の現象をシミュレーションできる。ビーム加速計算は計算時間の関係から 1 次元モデルとし、回路モデルからの電磁場情報を受けて加速し、その加速によるビームローディ

* n-takuya@nuclear.jp

ングをまた回路モデルにフィードバックするという方法を用いた。

加速管は共振空洞が連結されたものであり、それぞれの空洞の内部では電磁場が共振状態を作っている。空洞同士は空間的につながっているので連成振動となる。この加速管の共振空洞一つ一つを電気回路のLC共振状態に見立てて、空洞同士の結合度を相互インダクタンスで表した回路が、加速管等価回路としてよい近似になることが知られている。ここでは、周期的に並んだ空洞を図2の回路に示すような等価回路モデルで考える。これは、LCR回路が結合係数 k の相互インダクタンスで結合した回路である。今、結合されたLC回路が N 個あり、 n 番目の回路に流れている電流を I_n とする。

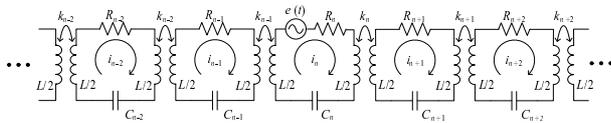


図2: 加速空洞の等価回路モデル

では、この回路についての微分方程式を立てていく。まず、 n 番目の回路についての微分方程式は

$$R_n i_n + L \frac{di_n}{dt} + \frac{1}{C_n} \int_0^t i_n dt + \frac{k_{n-1}}{2} L \frac{di_{n-1}}{dt} + \frac{k_{n+1}}{2} L \frac{di_{n+1}}{dt} = e(t) \quad (1)$$

となる。ここで、少し式を整理する。まず、各回路の共振周波数 ω_n と Q 値 Q_n を

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{LC_n}} \quad Q_n = \frac{1}{R_n} \sqrt{\frac{L}{C_n}} = \frac{\omega_n L}{R_n}$$

と置く。さらに、この式はまだ自由度がひとつあるので、 $L = 1$ と置いてしまう。(重要なのは回路もっているエネルギー、すなわち Stored energy である。) 以上のような関係を用いて (1) 式を書き直すと

$$\omega_n^2 i_n + \frac{\omega_n}{Q_n} \frac{di_n}{dt} + \frac{k_{n-1}}{2} \frac{d^2 i_{n-1}}{dt^2} + \frac{d^2 i_n}{dt^2} + \frac{k_{n+1}}{2} \frac{d^2 i_{n+1}}{dt^2} = \frac{de(t)}{dt} \quad (2)$$

となる。

さらに、(2) 式を行列の形で書き表せば、

$$M_1 i + M_2 i' + M_3 i'' = e' \quad (3)$$

となる。ただし、

$$M_1 = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \omega_{N-1}^2 & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \omega_N^2 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} \frac{\omega_1}{Q_1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{\omega_2}{Q_2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{\omega_{N-1}}{Q_{N-1}} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \frac{\omega_N}{Q_N} \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 1 & \frac{k_1}{2} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{k_1}{2} & 1 & \frac{k_2}{2} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \frac{k_{N-2}}{2} & 1 & \frac{k_{N-1}}{2} \\ 0 & 0 & \cdots & 0 & \frac{k_{N-1}}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$i = \begin{bmatrix} i_1 \\ \vdots \\ i_n \\ \vdots \\ i_N \end{bmatrix} \quad e = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_n \\ \vdots \\ e_N \end{bmatrix}$$

である。

この多元連立2階微分方程式を解くことで加速管の等価回路解析が可能である。ただし、 M_3 は両端の境界条件によって多少形が変わることがある。

式 (3) のように解くべき微分方程式は決まっている。しかしながら、時間領域での計算では、後ひとつ考えなければいけない項目が残っている。それは、導波管とのカップリングである。図2の等価回路の給電では、内部 $Q(Q_0)$ だけを考慮した形になっているのである。さて、外部との結合を考えた場合は、導波管の特性インピーダンスにあたる抵抗を電圧源の内部抵抗として取り込んでやればよい。つまり図3のような形である。電圧源の電圧と抵抗 r_0 の値を決めなくてはならない。これは定常解を求めた時の回路全体のインピーダンスから求められる。

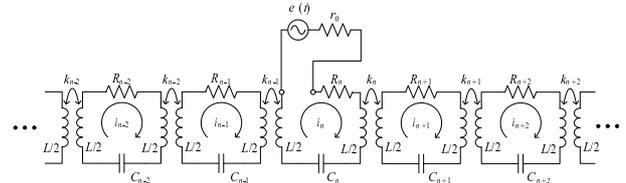


図3: 外部との結合を考慮した加速管等価回路モデル

供給電力を P 、外部との結合係数 β としたときの電圧源の実効値 E 、内部抵抗 r_0 はそれぞれ、

$$r_0 = \beta \text{Re}[Z_{st}] \quad (4)$$

$$E = 2\sqrt{Pr_0} \quad (5)$$

である。また、この抵抗成分を含めた方式に式 (3) を書き換えると単に M_2 に電源内部抵抗 r_0 が加わるだけである。この成分の行列を M_{r_0} ($m_{nn} = r_0$ ほかは 0) とし $M'_2 = M_2 + M_{r_0}$ を定義すると、

$$M_1 i + M'_2 i' + M_3 i'' = e' \quad (6)$$

となり、まったく形は変わらない。

この微分方程式を解くことで、時間領域で加速管内の電場強度も求められる。これを元に荷電粒子の加速シミュレーションを行うこともできる。さらに、加速粒子に与えられたエネルギーが空洞からなくなったエネルギーと考えれば、ビームローディングを計算したことに

なる．このビームローディングを等価回路計算にフィードバックする方法を考える．

ビームローディングは回路の周期に比べれば十分長い時間領域と考えられる．したがって，基本的には高周波周期の1周期を基準に考えていく．1周期分のエネルギー変化を ΔU_e とするとビームローディングの電力 P_e は，

$$P_e = \Delta U_e f \quad (7)$$

である．この消費電力は新たな抵抗 R_e を追加することで表現する事とする．

今，回路に流れている電流が I とすると，ビームローディングに起因する抵抗値 R_e は，

$$R_e = \frac{P_e}{|I|^2} \quad (8)$$

となる．これを，先の行列 M_2 に繰り込めばビームローディングを表現でき，加速管の共振モードとビーム加速，またそれらの相互作用が計算できる．

3. 計算結果と考察

シミュレーションコードは C++ を使い自作した．このコードを用いて 950 keV linac の加速空洞の特性を入力し，実験時の電子ビーム値を入射する条件で計算を行った．その結果，実験と同じように計算でもビームが振動するという現象が見られた．また，実験では入射ビームの電流値を低くすれば振動が起こらなかつたが，計算でも同じように低電流では振動現象が見られなかつた．それら結果のまとめを表 1 に記す．

電流値	振動(周波数)	
	550 mA	190 mA
実験	有 (9.4 MHz)	無
計算	有 (13 MHz)	無

表 1 のように実験結果とほぼ同じ振動現象を計算することができた．ただし，周波数については多少違いがあるので，計算は定性的な部分のみを再現することができた，と言える．これは，ビーム加速が1次元の計算であることに大きな原因があると予想できる．

計算結果を解析すると，加速管の中のストアドエナジーも大きく振動することが分かった．さらに，ストアドエナジーの変化に伴ってビーム加速状態が著しく変化していた．ビームローディングによりストアドエナジー変化が起こりビームがいったん加速されなくなるが，そうすると再びストアドエナジーが増えだす．すると最初の状態に戻り，ビームが加速され，ローディングが大きくなる．ということが繰り返される結果，ビーム電流量が振動することが分かった．

これは，加速管の形状と 950 keV のエネルギー領域に原因がある．950 keV は電子が光速の 94 % にしか達していない状態であり，この領域の電子加速は大きな速度変化を伴う．したがって，加速電場が変化するとビームの速度も大きく変わり，加速位相から外れやすくなる．このような不安定な加速領域にもかかわらず多くの空

洞で長い距離をかけて 950 keV まで加速しようとしているので，平衡状態に落ち着くことがなくなってしまっていたと結論付けられる．できるだけ高電場で短い距離の中でビーム速度が変わりやすい領域を抜け出すような加速管設計が必要であることがわかった．

4. 2号機設計

以上のことから，できるだけシャントインピーダンスが高く，さらに前半に高電場をかけるような 950 keV 加速管が必要になった．そこで2号機は，シャントインピーダンスが高く，電場分布を比較的自由に設計できるサイドカップル空洞を採用した．空洞設計は MW-studio を使用して3次元設計を行った．図4が設計した空洞の全体図である．

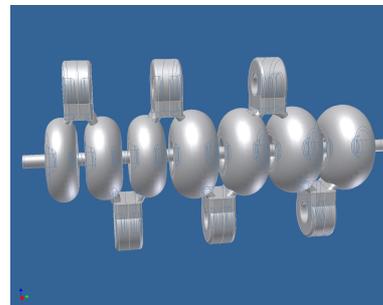


図 4: サイドカップル空洞で設計した加速管の形状

この加速管は全長 100 mm 以下であり，APS 空洞を採用した1号機の半分以下の長さである．また，この加速管パラメータを使用して作製したコードで等価回路解析を行い，振動現象が起こらないことを確かめた．したがって，2号機は1号機の問題が起こらないと予想される．

5. まとめ

東京大学原子力専攻上坂研究室で開発を行っている非破壊検査用 950keV X-band linac においてビーム電流振動が問題になっていた．これを計算するため等価回路解析を用いたシミュレーションコードを C++ 言語で新しく開発した．この結果，ビーム振動現象を定性的に再現することができ，ビーム振動現象の原因を突き止めることができた．サイドカップル空洞を採用した2号機を設計し，振動問題が起こらないことをこのコードを使って確かめ，現在製作を予定している．

参考文献

- [1] T. Natsui, et al, AIP Conf. Proc. 1099, pp. 75-78
- [2] E. A. Knapp, et al, The Review of Scientific Instruments 39, 7 July 1968 pp.979-991