

ESTIMATE OF MAGNETIC FIELD DEPENDENCE OF OPTICS PROPERTIES OF SYNCHROTRON BENDING MAGNET FOR PARTICLE BEAM THERAPY SYSTEM

Takamichi Aoki ^{#,A)}, Futaro Ebina^{A)}, Masumi Umezawa^{A)}, Kazuo Hiramoto^{A)}

^{A)} Hitachi, Ltd., Hitachi Research Laboratory

2-1 Omika-cho 7-chome, Hitachi-shi, Ibaraki-ken, 319-1221

Abstract

A downsizing of particle beam therapy system is demanded. It is required to analyze the effect of saturation in magnetic material to reduce curvature radius of bending magnets. Optical parameters, which are effective curvature radius and effective edge angle, of bending magnet of synchrotron are defined and estimated by combination of 3D static magnetic field calculation, particle tracking, and beam optics. The bending magnet's curvature radius, bending angle, edge angle, and gap width is 1,400mm, 60degrees, 22degrees, and 56mm, respectively. Assuming a 6-fold symmetric synchrotron consists this bending magnet, optical parameters is estimated from equilibrium orbit and horizontal betatron tune. In results, effective curvature radii are 1471.1mm, 1468.9mm, and 1467.8mm, and effective edge angles are 20.6degrees, 20.5degrees, and 20.3degrees when the magnetic field at the gap center is 0.9T, 1.6T, and 1.7T, respectively.

粒子線治療用シンクロトロン偏向電磁石の光学特性の磁場依存性評価

1. 背景と目的

粒子線治療装置の普及のために、加速器の小型化が求められている。シンクロトロンの小型化には、偏向電磁石の最大励磁量を大きくすることが有効である。一方で、シンクロトロンはチューンを一定に保ちながらビームを加速するため、高磁場下での磁極飽和に起因する磁場分布の変化が利用可能な偏向電磁石の最大磁場を決める要因の一つとなる。

本研究では偏向電磁石の磁極飽和の影響を評価する目的で、ギャップ内の磁場 0.9T~1.7T の範囲で三次元磁場計算を実施し、三次元磁場計算によって得た磁場マップ上で粒子追跡計算を実施した。粒子追跡計算の結果とビーム光学計算の結果とを比較することでビームの偏向半径に対応する有効偏向半径と、偏向電磁石のエッジでビームが受ける収束力に対応する有効エッジ角を導入した。磁極飽和の影響として、これらの光学パラメータの磁場依存性を評価した。

2. 評価手法

本研究では磁極飽和が光学パラメータに与える影響を評価するために、三次元磁場計算をギャップ中央での磁場が 0.9T,1.6T,1.7T となる三ケースについて実施し、それぞれの磁場分布下での粒子追跡計算の結果から平衡軌道と水平方向のベータatron振動数(水平チューン)を計算した。平衡軌道形状からビームの偏向半径を評価し、水平チューンから偏向電磁石のエッジにおける収束力を評価することができる。ビームの偏向半径を表すパラメータとして有効偏向半径、ビームが受ける収束力に対応したパラメータとして有効エッジ角を導入した。以下でこれらの光学パラメータの定義と評価方法を述べる。

2.1 偏向電磁石形状

本研究の対象とした偏向電磁石は磁極の偏向半径 1400mm・ギャップ幅 56mm・偏向角 60度・エッジ角 22度の H 型偏向電磁石であり、磁極の断面形状を図 1 に示す。磁極内には磁場一様度を高めるための高さ 70mm、幅 10mm のエアスロット[1]がある。また、磁極端部のギャップにはカットが施されている。コイル断面は 119.5mm×83.4mm の長方形であり、端部ではビームダクトとの干渉を避けるために上下方向に避けるために鞍型に巻かれている。この電磁石の三次元磁場計算でのメッシュ体系を図 2 に示す。三次元磁場計算コードには EM Solution[2]を用いた。節点数は約 28 万とした。ギャップと磁極表面近くの磁性体のメッシュはより細かくし、メッシュサイズは 2mm 程度である。

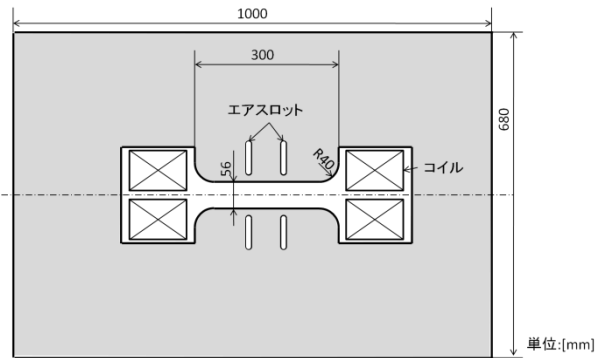


図 1 : 偏向電磁石断面形状

#) takamichi.aoki.my@hitachi.com

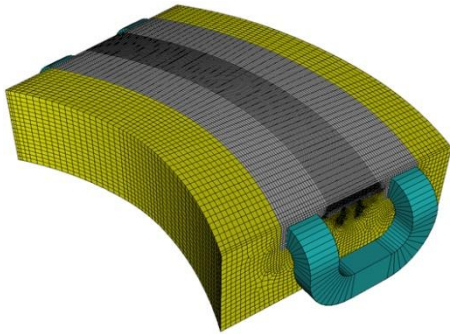


図2：三次元磁場計算に用いたメッシュ体系

2.2 ラティス配置

本研究において粒子追跡計算は前述の偏向電磁石6台と長さ1100mmの直線部6か所からなる一超周期長が2566.08mmの6回対称のリングを想定して実施した。超周期の開始を直線部の中点として、図3に示す1超周期分の体系で粒子追跡計算を実施した。座標 (r,s,z) を図3に示すように定めた。すなわち、粒子の偏向方向に r 軸、進行方向に s 軸、鉛直方向に z 軸を取った。

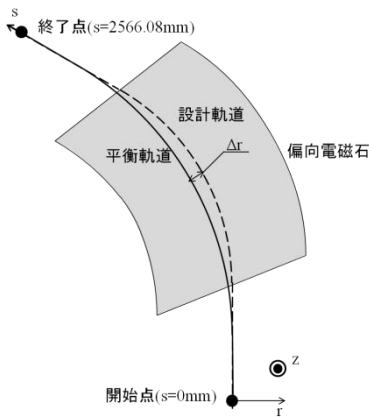


図3：粒子追跡計算で想定したラティス

2.3 粒子追跡計算

粒子追跡計算には Runge-Kutta 法[3]を用いた。粒子追跡計算では、後で述べる有効偏向半径を算出するための平衡軌道と、有効エッジ角を算出するためのギャップ中心平面 $(z=0)$ 内での複数周期に渡る粒子軌道を計算した。三次元磁場計算によって表1に示す格子点上の磁場の値を得ている。特に、偏向電磁石端部の周辺は磁場の位置による変化が大きいため細かく計算点を置いた。磁場の計算点は合計で693点である。

表1：磁場の計算点

方向	範囲	間隔	点数
r	-96mm~64mm	16mm	11点
s	偏向電磁石端から	10mm	63点
	±120mm		
z	上記以外	100mm	1点
	0mmのみ	なし	

三次元磁場計算で得た格子状の磁場の値を用いて、

一般の位置での磁場は以下の式によって求めた。

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \frac{1}{4} [w_{r_+} w_{s_+} \mathbf{B}_{cal}(r_+, s_+) + w_{r_-} w_{s_+} \mathbf{B}_{cal}(r_-, s_+) + w_{r_+} w_{s_-} \mathbf{B}_{cal}(r_+, s_-) + w_{r_-} w_{s_-} \mathbf{B}_{cal}(r_-, s_-)] \quad (1)$$

ただし、 r_+, s_+, r_-, s_- は位置 \mathbf{x} を囲む4個の格子点の rs 座標の値であり、プラスの添え字の r_+, s_+ はそれぞれマイナスの添え字の r_-, s_- より大きいと定義する。また、 $w_{r_+}, w_{s_+}, w_{r_-}, w_{s_-}$ は各座標に対応する重み付け因子であり、各座標 r, s を q としてまとめて、

$$w_{q_+} = \frac{q - q_-}{q_+ - q_-}, \quad w_{q_-} = \frac{q - q_+}{q_+ - q_-} \quad (2)$$

とした。

これに基づき、平衡軌道計算とチューン計算を実施した。平衡軌道は、超周期の終了点 $(s=2566.08\text{mm}, r=0\text{mm}, z=0\text{mm})$ において開始点 $(s=0\text{mm}, r=0\text{mm}, z=0\text{mm})$ と同一の位相空間位置となる粒子の軌道と定義した。チューンは平衡軌道からずれた粒子に対して1000超周期に渡る軌道計算を行い、各超周期の終了点での横方向の位相空間座標を周波数解析(FFT)することでチューンを得た。

2.4 光学特性評価手法

平衡軌道から偏向電磁石の有効偏向半径を以下の手法で求めた。まず、図3に示したように、設計軌道は直線部では直線を描き、偏向電磁石の内部では磁極の偏向半径と同じ偏向半径で偏向する円軌道とする。端部磁場の影響により、粒子は偏向電磁石の内部では設計軌道の内側を通過する。従って、平衡軌道上の粒子は、平均的には設計軌道の偏向半径よりも大きな偏向半径で偏向する。そこで、有効偏向半径 ρ_{eff} を偏向電磁石中心での平衡軌道と設計軌道のずれ Δr 、偏向電磁石の磁極の偏向半径 ρ_{des} を用い、

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_{\text{des}} + \frac{\cos \frac{\theta}{2}}{1 - \cos \frac{\theta}{2}} \Delta r \quad (3)$$

と定義する。ただし、 θ は偏向角である。幾何学的考察から有効偏向半径 ρ_{eff} でビームが偏向すると見ることが出来る。式(3)より、平衡軌道の偏向半径が設計軌道よりも大きくなると同時に、実効的な直線部長は短くなる。平衡軌道における有効直線部長 D_{eff} は、

$$D_{\text{eff}} = D_{\text{des}} - \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{1 - \cos \frac{\theta}{2}} \Delta r \quad (4)$$

となる。従って、本体系においては、

$$\rho_{\text{eff}} = \rho_{\text{des}} + (2\sqrt{3} + 3)\Delta r \quad (5)$$

$$D_{\text{eff}} = D_{\text{des}} - (2 + \sqrt{3})\Delta r$$

となる。

次に、粒子追跡計算で得たチューンから偏向電磁石の有効エッジ角 ϵ_H を算出する方法を示す。図3に示した機器配置では粒子の水平方向の位相空間座標に対する輸送行列は以下のように表わすことができ

る。

$$R_H = \begin{pmatrix} 1 & \frac{D_{eff}}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tan \varepsilon_H & 0 \\ \rho_{eff} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta & \rho_{eff} \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tan \varepsilon_H & 0 \\ \rho_{eff} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{D_{eff}}{2} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

ただし、 R_H は水平方向の輸送行列、 ε_H は有効エッジ角である。この輸送行列に基づく、水平方向のチューン ν_H は、

$$\cos\left(\frac{\pi}{3}\nu_H\right) = \frac{\text{tr} R_H}{2} = \frac{D_{eff}}{2\rho_{eff}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \tan^2 \varepsilon_H + \tan \varepsilon_H - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) + \frac{\sqrt{3}}{2} \tan \varepsilon_H + \frac{1}{2} \quad (7)$$

と表わせる。この式を以って有効エッジ角 ε_H の定義とし、有効エッジ角 ε_H によって解くことで粒子追跡計算によって得た水平方向のチューンから有効エッジ角を得る。以上の手法を組み合わせ、三次元磁場計算の結果から、偏向電磁石の有効偏向半径と有効エッジ角を評価することができる。

3. 結果

3.1 三次元磁場計算

三次元磁場計算の結果について述べる。磁極飽和の効果が最も出やすい磁極端部の磁場分布として、設計軌道に沿って磁極端($s=550\text{mm}, r=0\text{mm}, z=0\text{mm}$)から100mmに渡っての磁場分布を図4に示す。図4では電磁石の中心点($s=1283.04\text{mm}, r=0\text{mm}, z=0\text{mm}$)での磁場が0.9T, 1.6T, 1.7Tのそれぞれ場合について、磁場計算で得られた磁場と中心点での磁場(B_0)に対する比を示した。また、磁極端部では中心磁場0.9Tの場合と1.7Tの場合で最大3%程度のずれが磁場分布に生じていることが分かる。

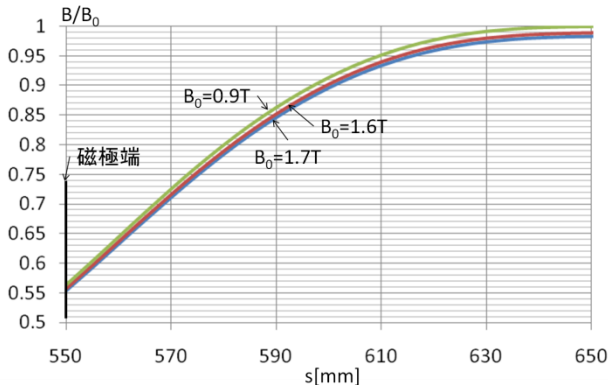


図4：設計軌道上の磁場分布

3.2 平衡軌道計算結果

それぞれの磁場について平衡軌道の計算結果を図5に示す。図5は平衡軌道と設計軌道との間の水平方向変位を示しており、平衡軌道が設計軌道の内側を通過することが分かる。変位の大きさは偏向電磁石の中心($s=1283.04\text{mm}$)で最大となり、その変位は10.8~11.3mmである。

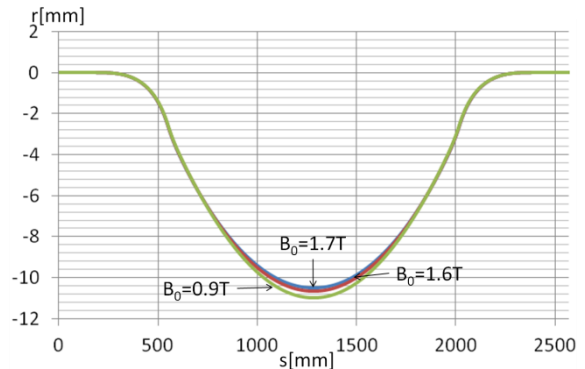


図5：平衡軌道の設計軌道からの水平方向変位

3.3 チューン計算結果

1000超周期分の粒子追跡計算の結果を図6に示す。超周期の開始点($s=0\text{mm}$)における粒子の平衡軌道からみた水平方向の位相空間座標である。最初に開始点において $r=45\text{mm}, r'=0\text{mrad}$ であった粒子を追跡計算した結果を示している。超周期開始点における固有楕円を描いていることが分かる。

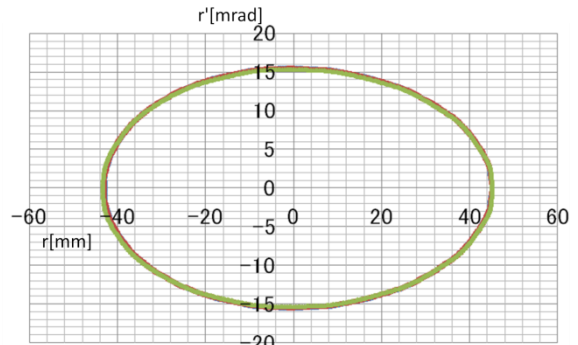


図6：粒子追跡計算の結果

また磁場を変化させても、固有楕円の形はほとんど同一であり、本体系では1.7T以下の磁場では磁場による不安定性は起きないと予想される。

さらに、粒子の超周期ごとの位相空間位置を周波数解析することで図7に示すチューンを得た。図7から、チューンには磁場強度に対する依存性があることが分かる。

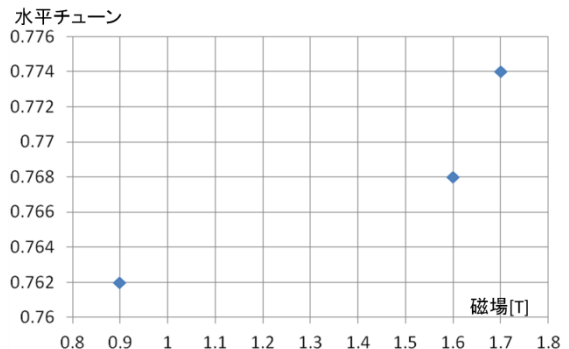


図7：チューン計算結果

3.3 光学パラメータの評価結果

前述の平衡軌道の計算結果とチューンの計算結果から、前章に示した手法によって偏向電磁石の有効

偏向半径と有効エッジ角を評価した。その結果を図8と図9に示す。結果、有効偏向半径は高磁場になるにつれて、低下する。1.7Tでの有効偏向半径は0.9Tでの値に比べ3.2mm小さくなることわかる。また、有効エッジ角も高磁場になるにつれて低下し、0.3度の差が0.9Tの時と1.7Tの時の間で生じた。

[3] Cambridge “Numerical Recipes” 3rd Ed. Chapter 17. p889.

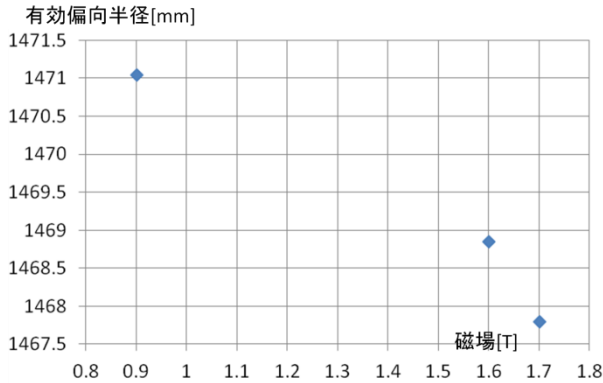


図8：有効偏向半径評価結果

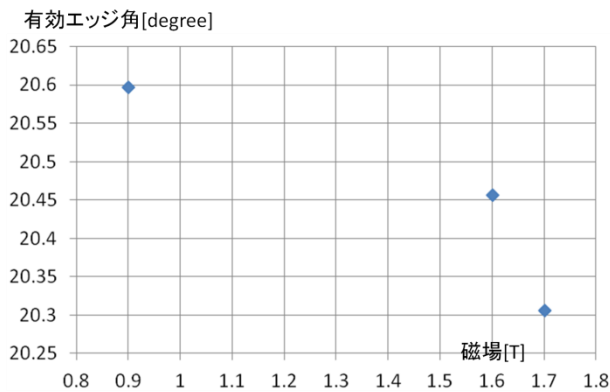


図9：有効エッジ角評価結果

4. 結論

シンクロトロン用偏向電磁石の高磁場下での磁極飽和がビームの偏向半径とエッジ角の収束力に与える影響を評価した。評価手法は三次元磁場計算、粒子追跡計算、ビーム光学を組み合わせた手法を用いた。評価対象の偏向電磁石は偏向半径 1400mm・ギャップ幅 56mm・偏向角 60度・エッジ角 22度のH型偏向電磁石である。この電磁石で6回対称のラティスを組み、粒子の平衡軌道と水平方向のベータatron振動数を計算した。偏向電磁石の光学パラメータとして有効偏向半径と有効エッジ角を定義しそれぞれを評価した。結果、1.7Tの場合で、0.9Tの場合に対して偏向半径は3.2mm減少し、エッジの収束力は水平エッジ角で0.3度減少した。偏向電磁石の最大磁場を増加させてシンクロトロンを小型化する場合上記の結果を加味した上でのチューン制御が必要となる。

参考文献

- [1] M. Umezawa, et al., “Magnetic Field Measurement of the Air Slot Dipole Magnet”, Proceedings of the 1999 Particle Accelerator Conference, New York, 1999
- [2] <http://www.ssil.com/em/EMSolution/ja/index.html>