

# STUDY OF UNDULATOR MAGNETIC FIELD MEASUREMENT USING VIBRATING WIRE METHOD

Yuu Tanaka<sup>#</sup>, Shigeru Kashiwagi, Ken-ichi Nanbu, Masayuki Kawai, Fujio Hinode,  
Toshiya Muto, Xiangkun Li, Hiroyuki Hama  
Electron Light Science Centre, Tohoku University  
Mikamine 1-2-1, Taihaku-ku, Sendai, Miyagi 982-0826, Japan

## Abstract

A test accelerator for a terahertz source project (t-ACTS) has been progressed at the Electron Light Science Centre, Tohoku University, in which a generation of intense coherent terahertz radiation from the very short electron bunch will be demonstrated. A narrow-band coherent terahertz radiation using an undulator has been considered to be implemented. We have constructed a planer undulator that is basically a Halbach type composed of permanent magnet blocks. The period length of the undulator and the number of periods are 100 mm and 25, respectively. The vibrating wire method is studied to measure the periodic magnetic field of the undulator. A thin copper-beryllium wire is placed on beam axis in the undulator, and an AC current flow is applied in the wire. By measuring amplitudes and phases of standing waves excited on the wire by the Lorentz force between AC current and magnetic field, we can reconstruct the magnetic field distribution along the wire. We discuss relations between reproducibility of the undulator field and the mode harmonics number used for the reconstruction of undulator field.

## Vibrating wire 法を用いたアンジュレータの磁場評価

### 1. はじめに

東北大学電子光物理学研究センターでは、100 fs 以下の超短電子バンチビームを用いた高輝度コヒーレントテラヘルツ光源の開発研究を進めている。これまでに狭帯域コヒーレント放射やプリバンチド FEL 実験<sup>[1]</sup>に用いる長周期アンジュレータを製作した。アンジュレータ製作時には、ホール素子を用いてその磁場分布の測定を行った。しかし、ホール素子を用いた磁場測定方法は、ホール素子を移動させるために長尺のリニアステージを用いるなど大規模な測定システムが必要であるため、我々が同様の方法を使い大学内で改めて磁場測定をすることは困難である。そこで大学内でもアンジュレータ内の磁場測定ができるよう、測定システムの構築が比較的容易であり、高い磁場測定精度が期待できる Vibrating wire 法による磁場測定の検討を行った。

アンジュレータ磁場の測定方法には、ホール素子やローテティングコイルを使ったもの<sup>[2]</sup>やワイヤにパルス信号を与え、その時のワイヤの振動を計測するパルスワイヤ法<sup>[3]</sup>などがある。ホール素子による測定は、磁場分布を求める測定方法として広く用いられているが、ホール素子の移動機構に大規模システムやホール素子の高度な角度調整が必要である。ローテティングコイルによる測定は、測定範囲の積分磁場を求めることができ、アンジュレータ全体でのビーム軌道変位やキック量を求める際には有効であるが、磁場分布を測定することはできないためアンジュレータからの光の強度の評価には適さない。

パルスワイヤ法を用いた測定では、比較的測定システムの設置が簡単であると考えられるが、ワイヤに通電するパルス型電流が、伝搬するうちに減衰してしまう問題があった。そこで、Vibrating wire 法による測定ならば比較的周期長の長い我々のアンジュレータ( $\lambda_u=100$  mm)の磁場測定に向いていると考え、使用の検討を行った。

### 2. アンジュレータ

高輝度テラヘルツ光発生のためのアンジュレータ<sup>[4]</sup>の基本パラメータを表 1 に、ホール素子で測定したアンジュレータ磁場  $B_u$  を図 1 に示す。アンジュレータはギャップが水平方向に開閉し、電子ビームは鉛直方向面内で蛇行運動する。ビーム軸の床面からの高さは、750 mm である。周期長と周期数はそれぞれ 100 mm と 25 周期である。アンジュレータの端部に横磁化磁石を配置することにより電子ビームの入射軸とアンジュレータ内での蛇行運動の軸が同じになるようにした。ギャップ可動範囲は 44~110 mm であるが、光共振器を用いた自由空間

表1 THzアンジュレータ基本パラメータ

|             |                           |
|-------------|---------------------------|
| アンジュレータタイプ  | Halbach型プラナー              |
| 磁石ブロックサイズ   | 110×65×25 mm <sup>3</sup> |
| 磁石材質・コーティング | Nd-Fe-B・TiN               |
| 周期長・周期数     | 100 mm・25 periods         |
| 全長          | 2.532 m                   |
| ギャップ        | 54 - 68 mm                |
| ピーク磁場       | 0.41 T (@ gap = 54 mm)    |
| K値          | 3.82 (max)                |

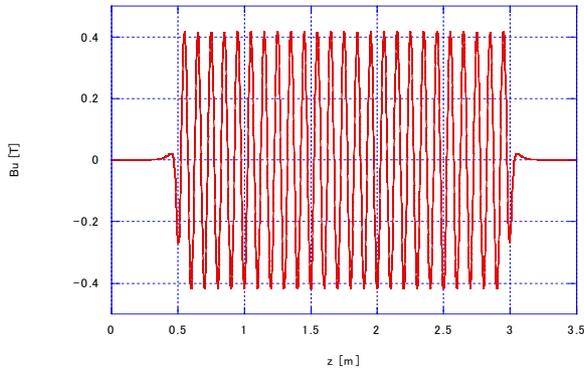


図 1 : アンジュレータ軸上の Bu 分布 gap=54mm

モードでの THz FEL 開発を目的とするため、ビーム実験はギャップ 54~68 mm の範囲で行う予定である。ピーク磁場強度は、ギャップが 54mm の時に約 0.41 T であり、この磁場を発生させるために、アンジュレータを構成する磁石サイズは 110×65×25 mm<sup>3</sup> と比較的大きなものとした。

本アンジュレータでは、電子ビームエネルギーを 17MeV としたとき、波長 360~170 μm (0.8~1.7 THz) のテラヘルツ光の発生が可能である。

### 3. Vibrating wire 法の測定原理

Vibrating wire 法<sup>[5]</sup>は、アンジュレータ磁場 Bu(z) 存在下に張られたワイヤに交流電流  $I(t) = I_0 \exp(i\omega t)$  を通電し、電流が受ける磁場からのローレンツ力によって生じるワイヤの振動を測定することでアンジュレータ内の磁場分布を再構築する。測定装置のセットアップを図 2 に示す。鉛直方向(y 軸方向)ワイヤの位置  $U(z, t)$  は以下の波動方程式に従う。

$$\mu \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = T \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} - \gamma \frac{\partial U}{\partial t} - \mu g + Bu(z) I_0 \exp(i\omega t) \quad \dots(1)$$

ここで、 $\mu$  は単位長さあたりのワイヤの質量、T はワイヤにかかる張力、 $\gamma$  は減衰定数である。ワイヤの両端( $z=0, l$ )で  $U=0$  である。 $U(z, t)$  は重力による項  $U_g(z, t)$  と振動の項  $U_d(z, t)$  の和で表すことができる。

$$U(z, t) = U_g(z) + U_d(z, t) \quad \dots(2)$$

$U_b$  はフーリエ正弦級数で表すことができる。

$$U_b = \sum_{n=1}^{\infty} U_n \sin(n\pi z / l) \quad \dots(3)$$

同様にアンジュレータ磁場 Bu(z) は以下のフーリエ正弦級数で表現できる。 $B_n$  は n 次のフーリエ係数である。

$$Bu(z) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\pi z / l) \quad \dots(4)$$

これと波動方程式(1)より、ワイヤの振動と磁場の関係が以下のように表現される。

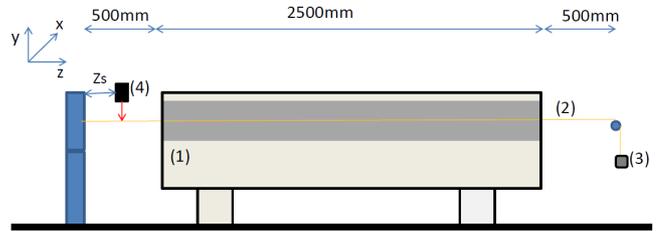


図 2 : セットアップ (1)アンジュレータ, (2)3.5m, 100 μm ベリリウム銅ワイヤ, (3)おもり, (4)レーザ変位計

$$U_d = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n \sin(n\pi z / l)}{\mu(\omega^2 - \omega_n^2 + i\gamma\omega)} I_0 \exp(i\omega t) \quad \dots(5)$$

ここで  $\omega_n$  は n 次の共鳴角振動数である。この関係より求めた  $B_n$  と式(4)より、磁場 Bu(z) を再構築する。

### 4. Vibrating wire 法による測定の検討

#### 4.1 ワイヤのたわみについて

我々は、長さ 3.5 m、直径 100 μm のベリリウム銅ワイヤを使用した磁場測定装置の開発を検討している。(図 2)位置 z におけるワイヤに働く重力による項  $U_g(z)$  は、以下の式で表される。

$$U_g(z) = -\frac{\mu g}{2T} z(z-l) \quad \dots(6)$$

この時、ワイヤの自重によるたわみ S (式(7))は、1 kg のおもりをつけた時、

$$S = U_g(z=l/2) = \frac{\mu g}{8T} l^2 \quad \dots(7) \\ \approx 99.8[\mu\text{m}]$$

となる。ホール素子による測定から求めたアンジュ

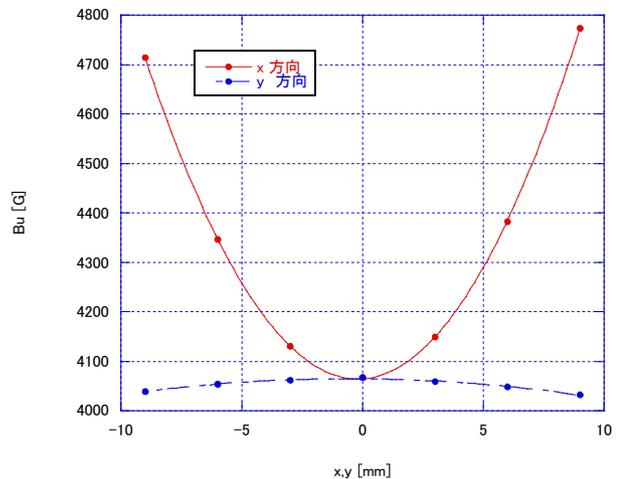


図 3 : アンジュレータ磁場空間分布

レータのピーク磁場周辺での磁場の空間分布を図 3 に示す。グラフから、アンジュレータの中心から  $y$  方向に約  $100 \mu\text{m}$  離れた位置での  $B_u$  の差は、 $\Delta B = 1.62 \times 10^{-5} [\text{T}]$  で、これはピーク磁場の  $0.003\%$  程度であり、この誤差であれば測定に影響はほとんどないと考えることができる。

#### 4.2 測定モード数とワイヤ振動数

共鳴角振動数  $\omega_n$  は

$$\omega_n = 2\pi \frac{n}{2l} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \approx 348.043 \times n \quad \dots(8)$$

なので、ワイヤの共鳴振動数  $f_n [\text{Hz}]$  は

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = 55.392 \times n \quad \dots(9)$$

となる。十分アンジュレータ磁場分布を再構築するために必要となる測定モード数について次節で議論する。

#### 4.3 測定モード数と誤差

磁場の再構築にはフーリエ正弦級数を用いるが、十分磁場を再構築するためには第何次までの定在波を使って足し合わせる必要があるかを検討した。方法は、設計時のアンジュレータ磁場計算値  $B_u$  について、一度、式(10)でフーリエ展開をし、それを  $m$  次まで足し合わせ再構築した磁場と元のアンジュレータ磁場とを比べ評価した。

$$B_n = \frac{2}{l} \int_0^l B_u(z) \sin(n\pi z / l) dz \quad \dots(10)$$

式(10)より求めたアンジュレータ磁場のフーリエ係数  $B_n$  を図 4 に示す。  $n=70$  付近のポークは、アンジュレータのメイン磁場によるものである。求められたフーリエ係数  $B_n$  より式(11)からそれぞれ 75 次, 100 次, 200 次まで用いて再構築した磁場  $BS_m$  を図 5 に示す。

$$BS_m(z) = \sum_{n=1}^m B_n \sin(n\pi z / l) \quad \dots(11)$$

図 5 から明らかなように、より高次の振動モードまで足し合わせたほうがよく設計磁場を再構築している。この設計磁場と再構築磁場とのエラーの一次積分を式(12)のように定義する。

$$ERR_m = \int_{z=0}^{3.5} \sqrt{(B_u(z) - BS_m(z))^2} dz \quad \dots(12)$$

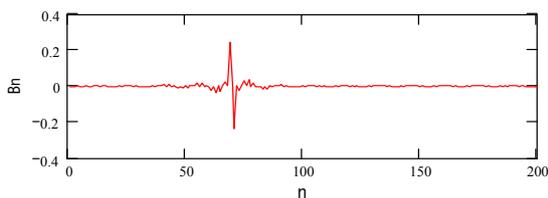


図 4 : アンジュレータ磁場のフーリエ係数  $B_n$

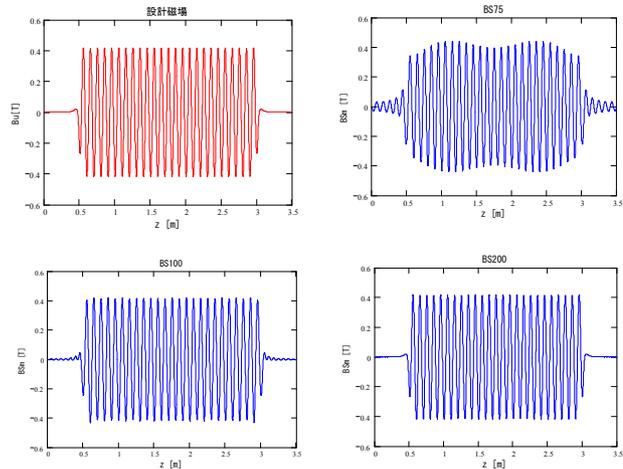


図 5 : 設計磁場  $B_u$  と再現磁場  $BS_m$

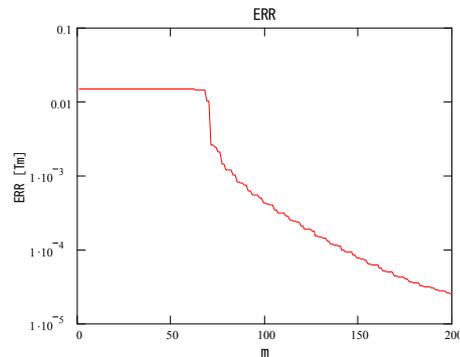


図 6 : 再構築磁場とのエラーの一次積分  $ERR_m$

次数と  $ERR_m$  の関係は図 6 となる。図 6 から分かる通り、磁場の再構築には 71 次以上足し合わせた場合、著しくエラーが小さくなる。磁場エラーの平均値として、この  $ERR_m$  を測定範囲長  $l$  で割った値 ( $ERR_m / l$ ) [T] を考える。  $m=100, 150$  のとき、この値はそれぞれ  $1.2 [\text{Gauss}]$ ,  $0.217 [\text{Gauss}]$  である。アンジュレータ磁場のピーク値の  $0.01\%$  程度 (約  $0.4 [\text{Gauss}]$ ) のローカルなエラー磁場を検出するには、このエラー磁場の空間的広がりにもよるが、平均値 ( $ERR_m / l$ ) が  $4 \times 10^{-5} [\text{T}]$  以下となる次数まで調べる必要があると考えられる。グラフよりこの条件を満たす次数  $m$  はおよそ 135 となり、この時のワイヤの共鳴振動数  $f_{135}$  は約  $7478 [\text{Hz}]$  である。

### 5. まとめと今後の予定

テラヘルツ光発生用のアンジュレータ磁場を大学内でも測定ができる様、Vibrating wire 法による磁場測定の検討を行った。アンジュレータのピーク磁場の  $0.01\%$  程度のエラー磁場を検出するためには、 $3.5 \text{ m}$  のワイヤを使用した場合、約 135 モードまで測定する必要があることが分かった。今後、模擬的なエラー磁場を与えた場合のエラー検出の感度について調査する予定である。また、テスト磁石を用いた磁場測定システムの試作を行う予定である。

## 参考文献

- [1] M. Yasuda et al., Proc. Of the 5<sup>th</sup> Particle Accelerator Society of Japan (2008) 75 .
- [2] S. Hashimoto et al., Nucl. Instr. and Meth., A467-468 (2001) 141-144
- [3] T.C. Fan et al., Proc. Of the 2001 Particle Accelerator Conference, Chicago (2001) 2775-2777
- [4] Y. Tanaka et al., Proc. Of the 7<sup>th</sup> Particle Accelerator Society of Japan(2010) 987
- [5] A. Temnykh et al., Nucl. Inst. and Meth., A399(1997)185-194