

# HIGHER-ORDER NONLINEAR CORRECTION OF ELECTRON BUNCH COMPRESSION TOWARD LASER POWER ENHANCEMENT AT SACLA

Kazuaki Togawa #, Toru Hara, Hitoshi Tanaka  
RIKEN SPring-8 Center  
1-1-1 Kouto, Sayo, Hyogo 678-5148, Japan

## Abstract

In order to increase pulse energy of an x-ray free-electron laser light, the electrons that contribute x-ray laser emission must be increased, namely the bunch length of the electron beam must be expanded longitudinally while keeping a high peak current and low slice emittance. For this purpose, longitudinal phase space distribution of the electron beam must be linearized by correcting the nonlinearities that are generated in the RF acceleration- and the bunch compression-processes. At SACLA, the second-order nonlinearity is corrected by a C-band correction cavity that is located at the end of the injector section; however, the third-order nonlinearity has not been corrected concretely. In this paper, we propose a new method to correct the third-order nonlinearity of the longitudinal phase space by an octupole magnet that is inserted at a dispersive section of a bunch compressor chicane.

## SACLA における電子バンチ圧縮の高次非線形補正によるレーザー高出力化

### 1. はじめに

X線自由電子レーザー施設 SACLA は、昨年 6 月に最初のレーザー発振を成功させた後、精密な加速器調整によって 5 keV から 15 keV 程度の広い波長範囲で 100-400  $\mu$ J/pulse のパルスエネルギーを実現し、高出力レーザー光を実験ユーザーに提供している<sup>[1-3]</sup>。しかしながら、より高いパルスエネルギーが必要であるといった要望が出ていることも事実であり、その為には、電子ビームのバンチ長を広げてレーザー発振に有効な電子数を増強しなければならない。SACLA では、電子銃で発生したピーク電流 1 A の電子ビームをバンチャー空洞による速度変調バンチングと 3 台の磁気バンチ圧縮器を用いて、最終的に 3 kA 以上の高ピーク電流を実現しているのであるが、電子ビームの特性を損なうことなく有効なパルス幅を広げる為には、エネルギーチャープの高次非線形項（2次および3次）を最小化して、可能な限りエネルギーチャープを線形にする必要がある。

SACLA では、C-band 補正空洞を導入することにより、2次の非線形項の最小化を行っているが<sup>[4]</sup>、3次非線形項については積極的な補正を行ってこなかった。そこで、縦方向の運動に関する一次元モデルの定式化を行い、これを用いてエネルギーチャープ補正の解析を行った。まず、RF パラメータの組み合わせによる高次補正を試みたが、この方法では2次項と3次項を同時に補正する解を見出すことが困難であることが分かった。次に、バンチ圧縮器の分散部に 8 極電磁石を導入することを試みた。その結果、3次非線形項を2次とは独立に補正できる可能性があることを見出した。本稿では、SACLA における電子バンチ圧縮の高次非線形補正に関する最初の計算結果を報告する。

### 2. 縦方向バンチ圧縮の1次元モデル

1次元モデルでは、バンチャー部出口を出発点とし、RF 加速と磁気バンチ圧縮で生じる非線形効果を3次まで取り扱う。モデル化した SACLA の加速器システムを図 1 に示す。

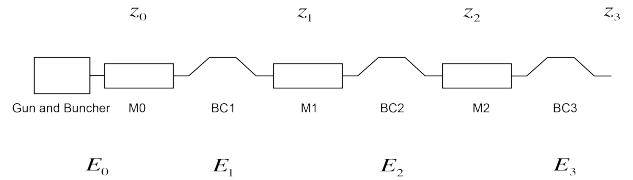


図 1 : モデル化した SACLA 加速器のレイアウト。

第  $n$  バンチ圧縮器 (BC $n$ ) 前後の縦方向座標をそれぞれ  $z_{n-1}$ 、 $z_n$  とすると、縦方向座標および規格化エネルギー偏差は以下の様に表される<sup>[5,6]</sup>。

$$z_n = z_{n-1} - \left[ r_n \delta_n(z_0) + t_n \delta_n(z_0)^2 + u_n \delta_n(z_0)^3 \right] \quad (1)$$

$$\delta_n = \frac{E_{n-1}(z_0) + \Delta E_{n-1}(z_{n-1})}{E_n(0)} - 1 \quad (2)$$

ここで、 $r_n$ 、 $t_n$ 、 $u_n$  はそれぞれ BC $n$  の 1 次、2 次、3 次のモーメントコンパクションである。 $E_{n-1}(z_0)$  は BC $n$  の直上流に位置する加速モジュール ( $M_{n-1}$ ) のエネルギー初期値、 $\Delta E_{n-1}(z_{n-1})$  は  $M_{n-1}$  によるエネルギー利得、 $E_n(0)$  は BC $n$  での基準粒子のエネルギーである。

$\delta_n$  を  $z_0$  に関して多項式展開して  $z_n$  に代入するのであるが、これを BC1 から逐次繰り返すことで、BC $n$  出口における縦方向座標および規格化エネルギー偏差を  $z_0$  の多項式（ここでは 3 次まで）で表すことが出来る。

# togawa@spring8.or.jp

$$z_n = \alpha_n z_0 + \beta_n z_0^2 + \gamma_n z_0^3 \quad (3)$$

$$\delta_n = a_n z_0 + b_n z_0^2 + c_n z_0^3 \quad (4)$$

式(3)は、電子の初期座標と  $n$  段目の圧縮後の座標との関係を表すので、SACLA の場合  $\beta_3$  と  $\gamma_3$  がゼロとなる条件で電子バンチが線形に等倍圧縮されることになる。

尚、SACLA では  $M_0$  に L-band 加速管と C-band 補正空洞、 $M_1$  に S-band 加速管、 $M_2$  に C-band 加速管を用いている。これらの RF パラメータと 3 台の BC パラメータおよび電子ビームの初期パラメータを合計すると 15 個の独立パラメータがあり、式(3)、(4)の係数はこれらの関数となっている。

### 3. RF 位相による高次非線形項の制御

まず、RF 位相の調整によってバンチ圧縮の 2 次と 3 次の項を最小化することを試みた。パラメータ探索は、BC による全バンチ圧縮係数 ( $C_B=1/\alpha_3$ ) を約 150 とし、コヒーレント放射の影響を小さくするために、圧縮係数の分配を上流からおおよそ  $C_{B,1}\sim 3$ 、 $C_{B,2}\sim 10$ 、 $C_{B,3}\sim 5$  に保つ、といった制約条件の下で行った。

表 1 に示すベースパラメータを出発点として、まず、S-band 加速管と C-band 加速管の位相をスキャンした。図 2 に S-band の位相 ( $\phi_S$ ) に対する  $\beta_3$  と  $\gamma_3$  の変化を示す。これより、S-band と C-band の位相だけでは  $\beta_3$  と  $\gamma_3$  のどちらもゼロにすることが出来ないことが分かる。そこで両係数が最小となる位相 ( $\phi_S=-17^\circ$ ) に固定して、次に、上流の L-band 加速管と C-band 補正空洞の位相スキャンを行った。図 3 に L-band の位相 ( $\phi_L$ ) に対する  $\beta_3$  と  $\gamma_3$  の変化を示す。これより両係数をゼロにする解は存在しないことが分かる。片方の係数をゼロにした時の位相空間分布とバンチプロファイルを図 4 に示すが、何れも非線形効果が残留し、一様な電流分布が得られていない。

表 1 : 計算に用いた電子ビームの初期条件、BC パラメータ、RF のベースパラメータ

初期エネルギー	1 MeV
初期エネルギーチャープ	全ての次数でゼロ
BC のモーメントムコンパクション ( $r_1, r_2, r_3$ )	-41 mm, -37 mm, -7.5 mm
L-band 加速管電圧	40 MV
L-band 加速管位相	-28.5°
C-band 補正空洞電圧	5.5 MV
C-band 補正空洞位相	-180°
S-band 加速管電圧	400 MeV
S-band 加速管位相	-18°
C-band 加速管電圧	1385 MV
C-band 加速管位相	-25°

以上のパラメータ探索は一例に過ぎないのであるが、RF パラメータのみで 2 次と 3 次の非線形項を

同時にゼロにするパラメータを探し出すことは非常に困難であると考えられる。また、仮に見出すことが出来たとしても、実際の加速器でその状態を実現する為のビーム調整の見通しが良くない。2 次非線形項は C-band 補正空洞の RF パラメータによりほぼ独立に制御できる。従って、何らかの方法で 3 次非線形項も独立に制御が出来れば、実際のビーム調整の見通しが非常に良くなる。そこで、次章では、8 極電磁石を用いて 3 次非線形項を独立に制御する方法を議論する。

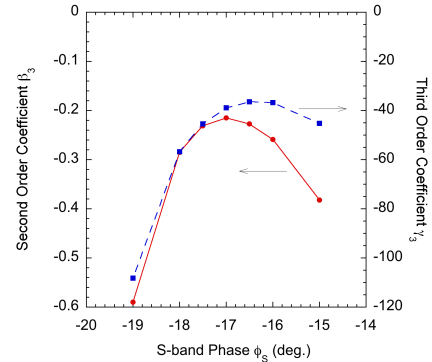


図 2 : S-band 位相に対する高次項係数の変化。

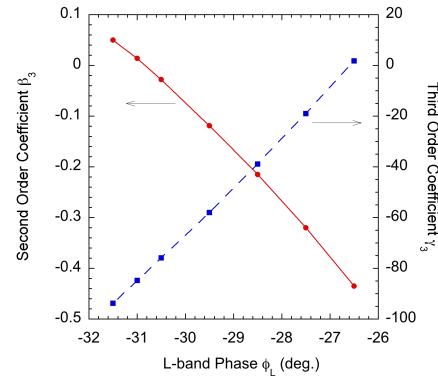


図 3 : L-band 位相に対する高次項係数の変化。

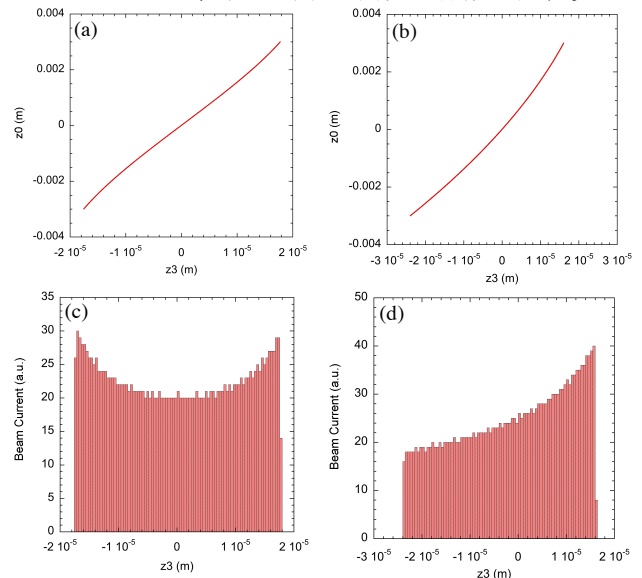


図 4 : 高次項補正後の位相空間分布 (圧縮前後の座標関係) と電流分布。(a), (c): 2 次項ゼロ、(b), (d): 3 次項ゼロ。

#### 4. 8極電磁石による3次非線形項の制御

8極電磁石の磁場は以下の様に表される。

$$B_x = \frac{1}{6} \left( \frac{\partial^3 B_x}{\partial y^3} \right)_0 (y^3 - 3x^2y) \quad (5)$$

$$B_y = \frac{1}{6} \left( \frac{\partial^3 B_x}{\partial y^3} \right)_0 (3xy^2 - x^3) \quad (6)$$

ここで、添字の 0 は磁場中心の値であることを表す。この8極電磁石の磁場が空間に対する3次項を含んでいることに着目する。8極電磁石を BC の分散部に挿入すると、エネルギーに依存して水平方向に分散した電子が、位置の3乗に比例したキックを受けることになる。このキックにより、BC 部での軌道長が変化すれば、位相空間の3次非線形項を補正することが出来る。

図5に示す様に8極電磁石で $\Delta x'$ のキックを受けるとする。このキックを受けた電子の基準粒子に対する軌道長の差分は近似的に次の式で表される。

$$\Delta z \approx \frac{2L_B}{\sin\theta} \Delta x' \quad (7)$$

ここで、 $L_B$  は偏向電磁石の長さ、 $\theta$  は偏向電磁石による基準粒子の偏向角である。計算を簡略化する為に、BC に入射する電子ビームのサイズを無視すると、分散部では純粋に水平方向のキックだけが生じることになるので、ローレンツ方程式より、

$$\Delta x' \approx -\frac{e}{\bar{\gamma} m_e c} \frac{1}{6} \left( \frac{\partial^3 B_x}{\partial y^3} \right)_0 L_8 (\Delta x)^3 \quad (8)$$

が得られる。ここで、 $\bar{\gamma}$  はローレンツ因子、 $e$  は素電荷、 $m_e$  は電子の静止質量、 $c$  は光速、 $L_8$  は8極電磁石の有効長、 $\Delta x$  は磁場中心からの位置である。また、分散関係は、

$$\Delta x = -\eta \frac{\Delta E}{E} = -\eta \delta \quad (9)$$

と表される。式(7)-(9)より、8極電磁石による行路差と規格化エネルギー偏差との関係が次式の様求められる。

$$\Delta z \approx \frac{1}{3} \frac{L_B}{\sin\theta} \frac{e}{\bar{\gamma} m_e c} \left( \frac{\partial^3 B_x}{\partial y^3} \right)_0 L_8 \eta^3 \delta^3 \equiv K \delta^3 \quad (10)$$

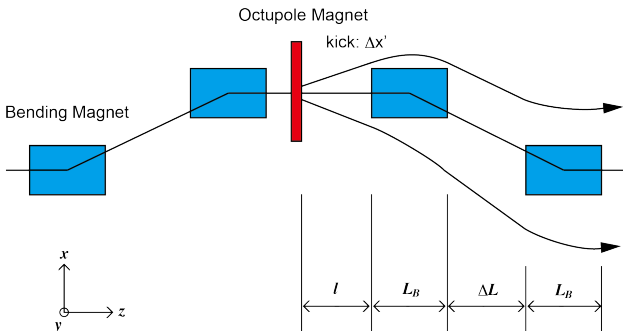


図5：BC分散部に挿入した8極電磁石による3次非線形項の補正。規格化エネルギー偏差 $\delta$ の電子は8極電磁石により $\delta$ の3乗に比例した行路差が与えられ、3次非線形項の補正が行われる。

以上より、8極電磁石を挿入した時の BC 前後の縦方向座標の関係は、

$$\begin{aligned} z_n &= z_{n-1} - \left[ r_n \delta_n + t_n \delta_n^2 + u_n \delta_n^3 \right] - \Delta z \\ &= z_{n-1} - \left[ r_n \delta_n + t_n \delta_n^2 + (u_n + K) \delta_n^3 \right] \end{aligned} \quad (11)$$

となる。

8極電磁石の効果を調べる為に、RF パラメータを調整して BC3 出口において2次の非線形項がゼロで3次非線形項が際立って大きい図6の様分布を作り、この非線形項を BC3 の分散部に挿入した8極電磁石で補正する場合の磁場強度を求めた。補正すべき3次項の係数は、

$$\gamma_3 = \gamma_2 - r_3 c_3 - 2t_3 a_3 b_3 - u_3 a_3^3 = -852 \text{ (m}^2\text{)} \quad (12)$$

である。8極電磁石を挿入した時の係数は、

$$\gamma_3 = \gamma_2 - r_3 c_3 - 2t_3 a_3 b_3 - (u_3 + K) a_3^3 \quad (13)$$

であるので、BC3 のパラメータ、 $L_B=0.4$  m、 $\theta=1.41^\circ$ 、 $\eta=0.155$  m、 $\bar{\gamma}=3250$  と数値計算で得られた係数  $a_3=2.99$  (m<sup>-1</sup>) を代入すると、必要な8極電磁石の磁場積分が、

$$\left[ \left( \frac{\partial^3 B_x}{\partial y^3} \right)_0 \right] L_8 = 8800 \text{ (Tm}^2\text{)} \quad (14)$$

と求まる。

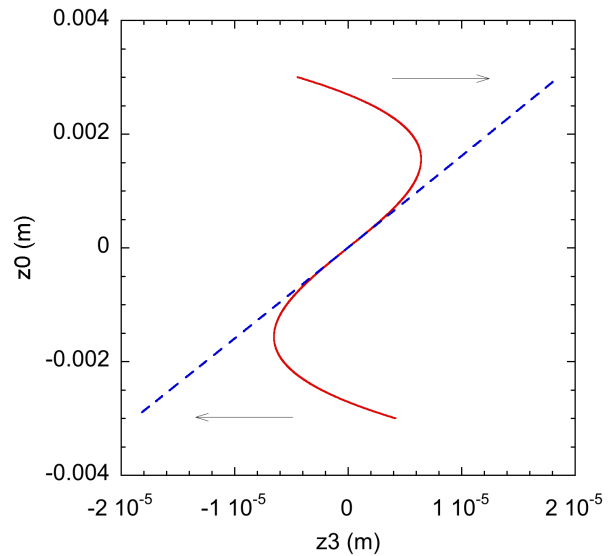


図6：8極電磁石による補正前後の位相空間分布（圧縮前後の座標関係）。赤実線が補正前、青点線が補正後。

次に、BC2 分散部に挿入した8極電磁石により、BC3 出口の3次非線形項を補正する場合を考察する。BC2 のパラメータは、 $L_B=0.4$  m、 $\theta=3.13^\circ$ 、 $\eta=0.345$  m、 $\bar{\gamma}=796$  であり、BC3 と比較して分散関数が大きくエネルギーも低い。また、規格化エネルギー偏差が大きいので、係数  $a_2$  も  $-7.28$  (m<sup>-1</sup>) と大きい。これらの効果により、BC2 で補正する場合の8極電磁石の強度は大幅に低減することができ、

$$\left. \left( \frac{\partial^3 B_x}{\partial y^3} \right) \right|_0 L_8 = 44 \text{ (Tm}^2\text{)} \quad (15)$$

となる。

最後に、8極電磁石のキックで生じるエミッタンスの増加を概算で求める。 $\Delta x'$ のキックを受けた電子のBC出口における位置のシフトは、近似的に

$$\delta x \approx (l + \Delta L + 2L_B) \Delta x' \quad (16)$$

となる。また、キック角はBC出口でもそのまま保存され、

$$\delta x' \approx \Delta x' \quad (17)$$

である。以上よりエミッタンスの増加分は、

$$\Delta \varepsilon \approx \bar{\gamma} \delta x' \delta x' = \bar{\gamma} (l + \Delta L + 2L_B) \Delta x'^2 \quad (18)$$

と表される。ここでBC2のパラメータを代入すると、 $l + \Delta L + 2L_B \sim 7 \text{ m}$ であることから、 $\Delta \varepsilon \sim 0.02 \text{ } \mu\text{m}$ が得られる。これは、電子ビームのエミッタンス ( $\sim 1 \text{ } \mu\text{m}$ )と比較して、無視出来る程十分に小さい量である。

## 5. まとめと今後の予定

X線自由電子レーザー施設SACLAにおいてレーザー出力を増強することを目的として、電子ビームのエネルギーチャープを線形化する方法について考察を行った。その結果、RF加速と磁気バンチ圧縮の過程で発生する高次の非線形項を、RFパラメータのみで補正することは非常に困難であることが分かった。そこで、8極電磁石をBCの分散部に挿入

して3次の非線形項を2次とは独立に調整する新しい方法を考案し、1次元のモデル計算により、現実的な磁場強度で補正が可能であることを確認した。

今回は、電子ビームのビームサイズを無視して計算を行ったが、より厳密にはビームサイズを考慮した計算により、どの程度のビームサイズまでが適応可能であるかを調べる必要がある。今後、ビームサイズの効果等を調査し、実用化を目指したシステムの設計を行う予定である。

## 参考文献

- [1] T. Ishikawa, et al., "A Compact X-ray Free-electron Laser Emitting in the Sub-angstrom Region", *Nature Photonics* **6**, 2012, pp. 540-544.
- [2] H. Tanaka, "The SPring-8 Compact Free Electron Laser (SACLA)", *Proceedings of IPAC2012, New Orleans, Louisiana, USA, 2012*, pp. 2106-2110.
- [3] T. Hara et al., "SACLA 電子ビーム性能向上に向けての取り組み", 本学会プロシーディングス.
- [4] K. Togawa, et al., "Electron-bunch Compression Using a Dynamical Nonlinearity Correction for a Compact X-ray Free-electron Laser", *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **12**, 2009, 080706.
- [5] M. Dohlus et al., "Electron Bunch Length Compression", *ICFA Beam Dynamics Newsletter* **38**, 2005, pp. 15-37.
- [6] I. Zagorodnov, et al., "Semianalytical Modeling of Multistage bunch Compression with Collective Effect", *Phys. Rev. ST Accel. Beams* **14**, 2011, 014403.