

Bulk-To-Point 法を用いた極低エミッタンスビーム評価用 トラッキングシミュレーションコード

(公財)高輝度光科学研究センター

水野 明彦

昨今のERL, XFEL等では極低エミッタンス電子ビーム源が要である



その設計には,低エネルギー電子用のビームトラッキングシミュレーションコードが必須である



(軽い気持ちで) 自分でコードを作ってみた



(意外に) 他のコードと一致しない ← 非相対論領域の空間電荷効果



真面目にコード間で比較を試みる ⇒ 全然一致しない。これは大変だ！

Contents

0. Point-To-Point コードと、その精度

Point-To-PointコードからBulk-To-Pointコードへ

1. Multiple Beam Envelope Equations

エンベロープ方程式について
multiple envelope equations

2. 2D Bulk-To-Point Tracking Code

エンベロープ方程式からシミュレーションコードへ

3. 3D Bulk-To-Point Tracking Code

3次元への拡張

4. DC continuous beamのシミュレーション

シミュレーションモデルのビームダイナミクス
精度検証

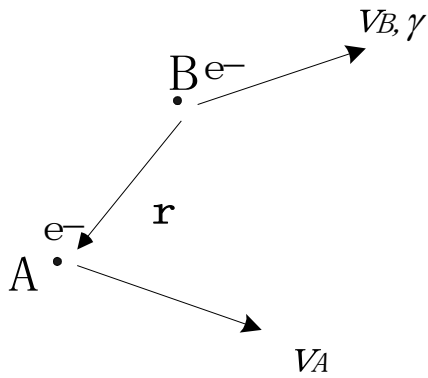
5. GUI for Bulk-To-Point Tracking Code

0. Point-To-Point コードと、その精度

これまでは 3次元Point-To-Point Code を開発してきた

Point-To-Point == 空間電荷相互作用として 点電荷である各マクロ粒子間の相互作用を全て計算

粒子の相互作用



$$\mathbf{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{-e\mathbf{r}}{\left[|\mathbf{r}|^2 - \frac{|\mathbf{v}_B \times \mathbf{r}|^2}{c^2}\right]^{3/2}}$$

$$\mathbf{B}_A = \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_B \times \mathbf{E}_A$$

遅延ポテンシャルを用いて実験室系で計算

ただし、マクロ粒子Bは等速直線運動であることを仮定

$$\mathbf{F}_A = -e(\mathbf{E}_A + \mathbf{v}_A \times \mathbf{B}_A)$$

運動方程式の扱い

$$-e(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = m_0 \frac{d(\gamma\mathbf{v})}{dt} \longrightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_0} \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{c^2} \mathbf{v} \right)$$

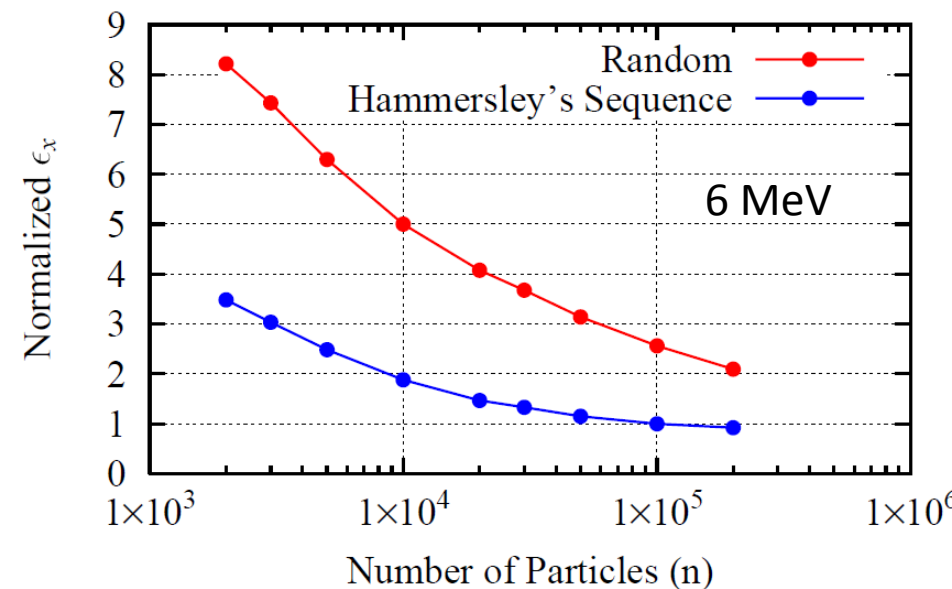
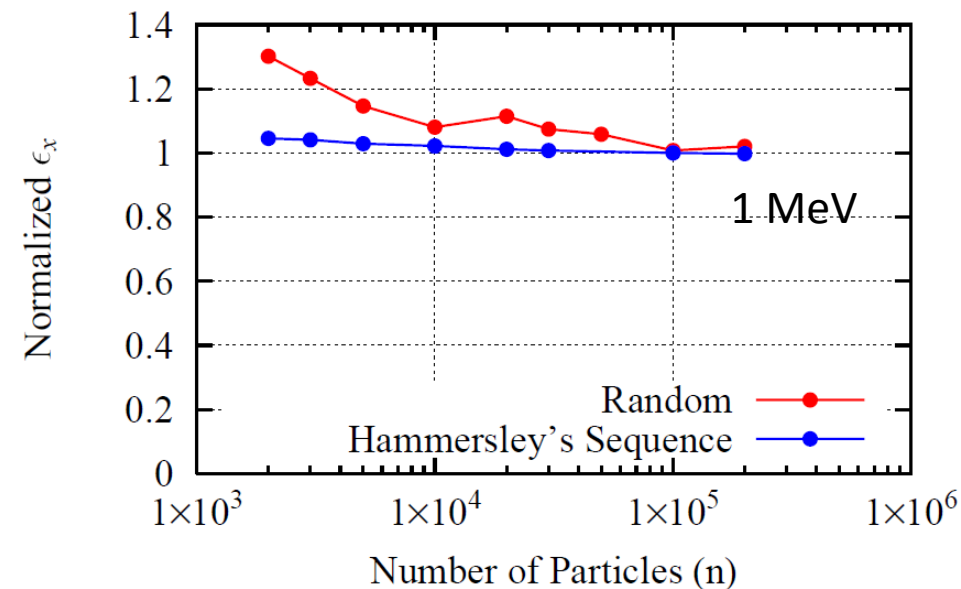
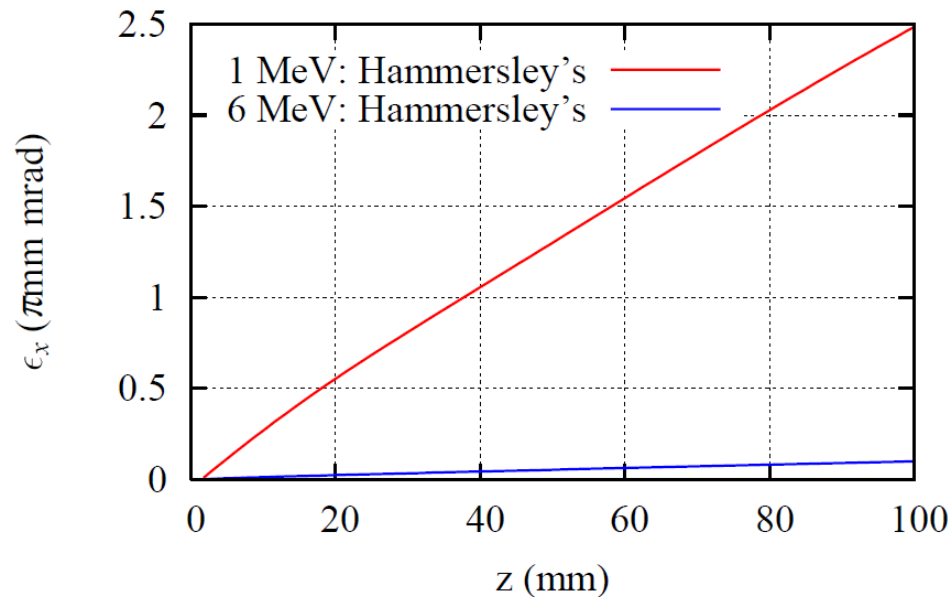
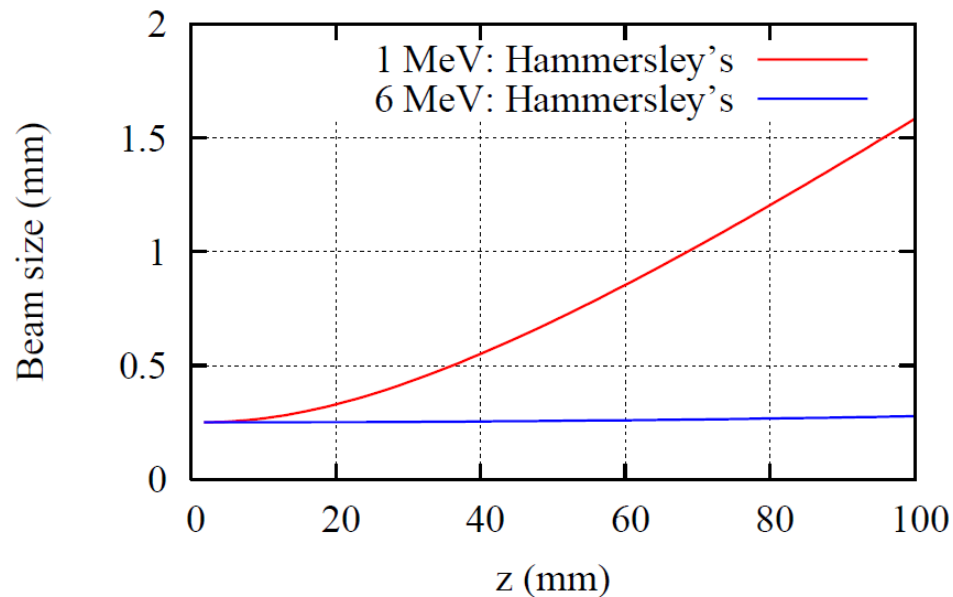
4次精度のRunge-Kutta method

エミッタンスの計算

$$\epsilon_x = \langle \gamma\beta \rangle \sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle x \cdot x' \rangle^2}$$

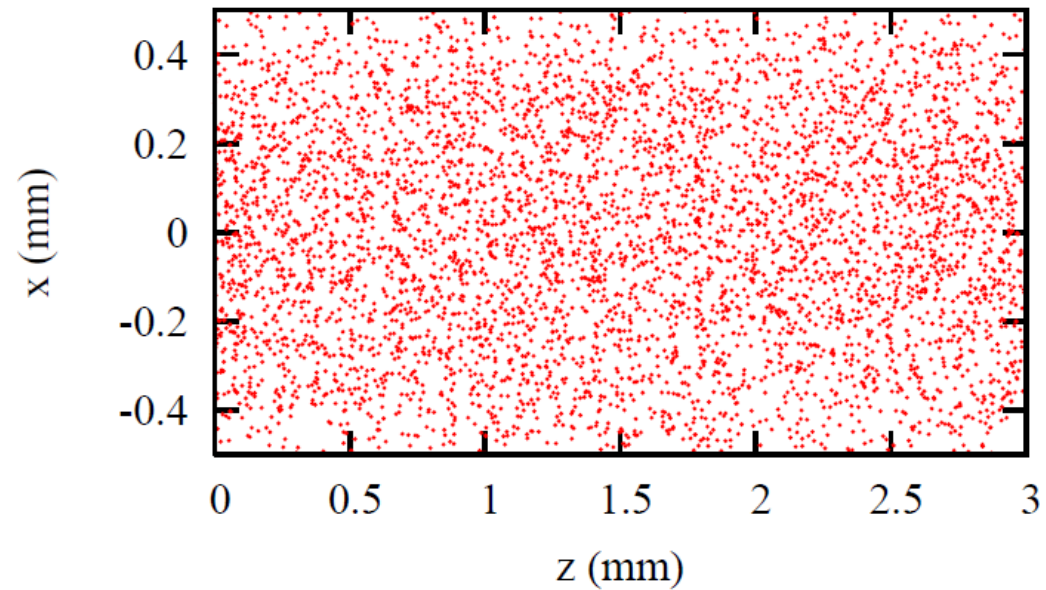
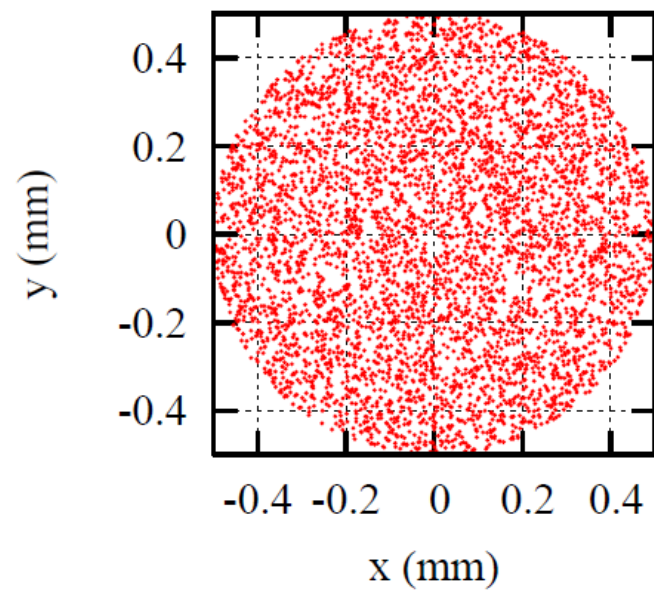
Point-To-Point Codeによる freespaceでのトラッキング(100mm)

- 初期バンチ半径 : $\phi 1\text{mm}$ uniform
- 初期バンチ長 : 3mm uniform
- 電荷量 : 1nC/Bunch
- ビームエネルギー: 1MeV & 6MeV

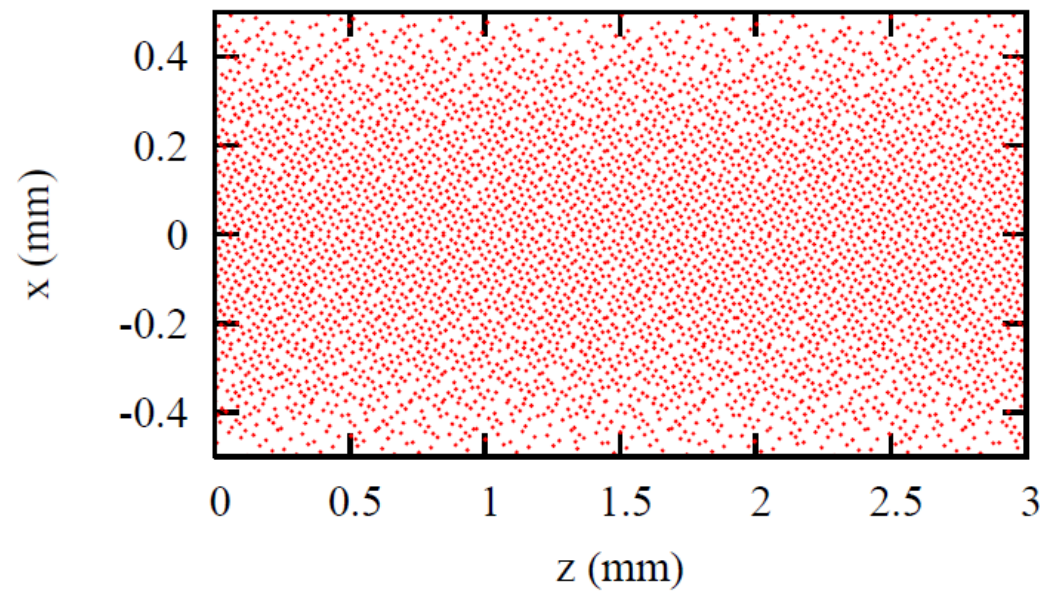
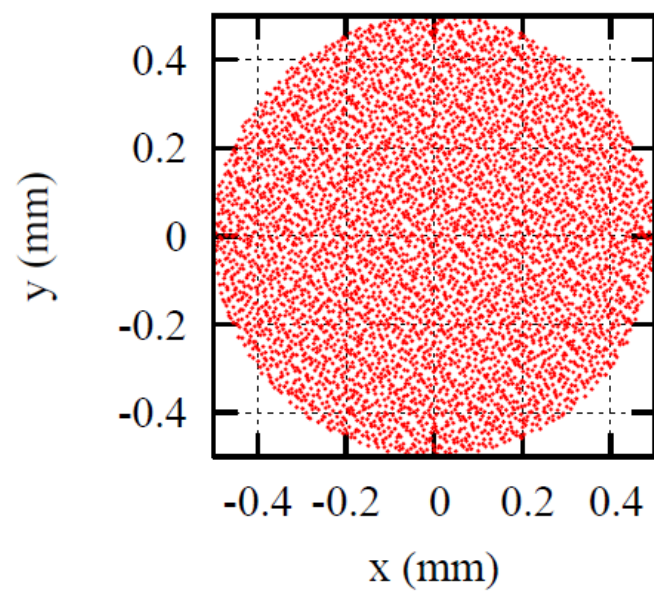


計算時間:
18時間37分@20万個

Intel Xeon W5590 3.33GHz
8 core



Random



Hammersley's Sequence

← GPTで採用

Meeting_for_Electron_Gun_Simulation - Mozilla Firefox

ファイル(E) 編集(E) 表示(V) 履歴(S) ブックマーク(B) ツール(T) ヘルプ(H)

http://acc-web.spring8.or.jp/~workshop/e-gun/ Google

Instant Message 新着 お勧め メンバース

高輝度電子銃シミュレーション研究会

2006年12月7日(木), 8日(金)

京都大学エネルギー理工学研究所 (京都府宇治市)

研究会は終了しました。
現在、第2回目、第3回目のベンチマークテスト課題を行っています。
第2回目課題の計算結果は、6月中旬を目処にまとめてください。

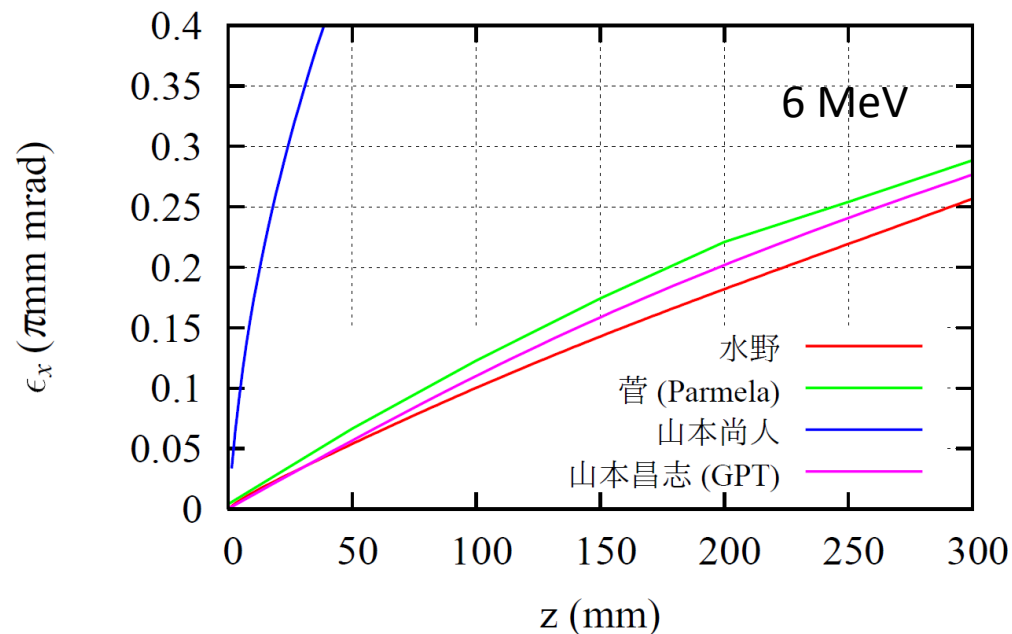
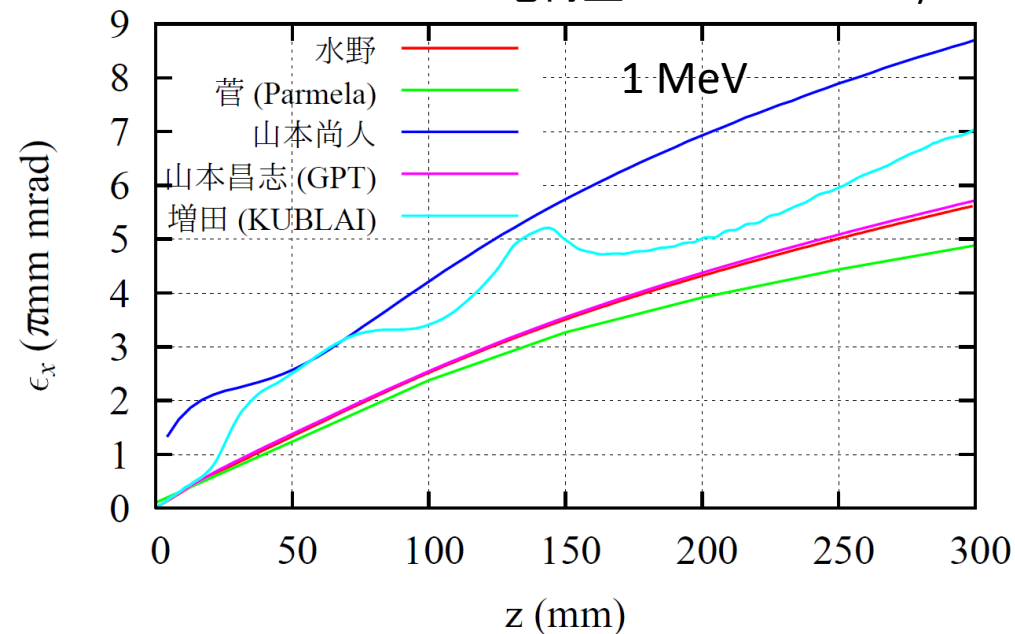
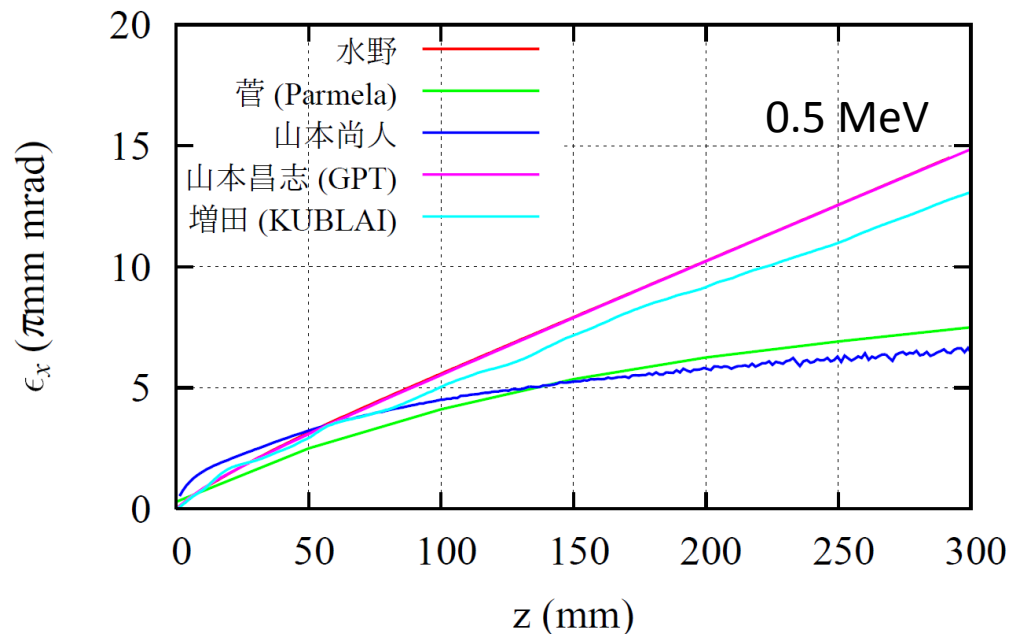
- [1. 開催趣旨と研究会概要](#)
- [2. 参加申込](#)
- [3. 研究会プログラム & 講演資料](#)
- [4. 参加・発表予定者](#)
- [5. 研究会場・懇親会場案内](#)
- [6. ベンチマークテスト](#)

本研究会についての問い合わせ、ご意見は下記までお願いいたします。
水野 明彦 (高輝度光科学研究センター)
連絡先: mizuno@spring8.or.jp (@は半角にして下さい) 0791-58-0851
または
増田 開 (京大エネルギー理工学研究所)
連絡先: masuda@iae.kyoto-u.ac.jp (@は半角にして下さい) 0774-38-3442

完了

ベンチマークテストの状況 (フリースペース:300mm)

- 初期バンチ半径 : $\phi 1\text{mm}$ uniform
- 初期バンチ長 : 3mm uniform
- 電荷量 : 1nC/Bunch



- 水野コード : 3次元 Point-To-Point : $n=2 \times 10^5$
- Parmela(菅) : 2次元 : $n=5001$ (参照粒子を含む)
- 山本尚人コード : 3次元 Point-To-Point : $n=5000$
- GPT(山本昌志) : 3次元 PIC : $n=1 \times 10^5$
- KUBLAI(増田) : 2次元 PIC : $n=8704$

どれが正しいの ??

Point-To-Point法は、任意のビーム形状を計算でき有用であるが、点電荷からの電磁場を計算する

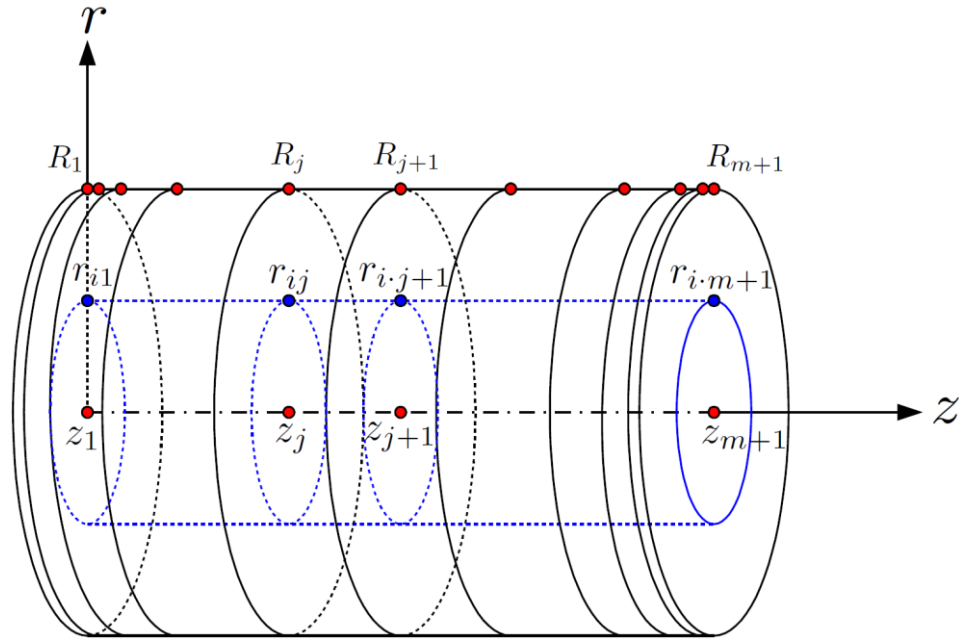
点電荷同士が接近した場合、非常に大きな相互作用が発生し、計算精度が悪化する

粒子数を増大させれば精度が良くなるものの、計算時間が増大して現実的では無い

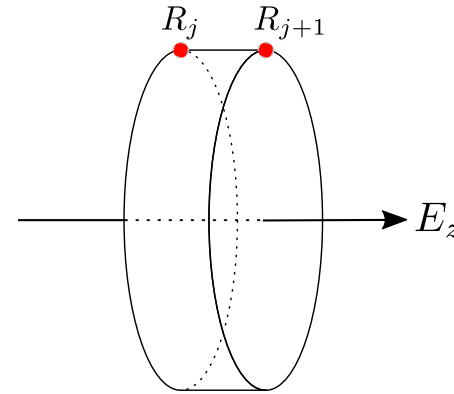
点電荷ではなく、バルク電荷からの電磁場を計算した方が良さそう

1. Multiple Beam Envelope Equations

Multiple Beam Envelope Equations (2次元コード)



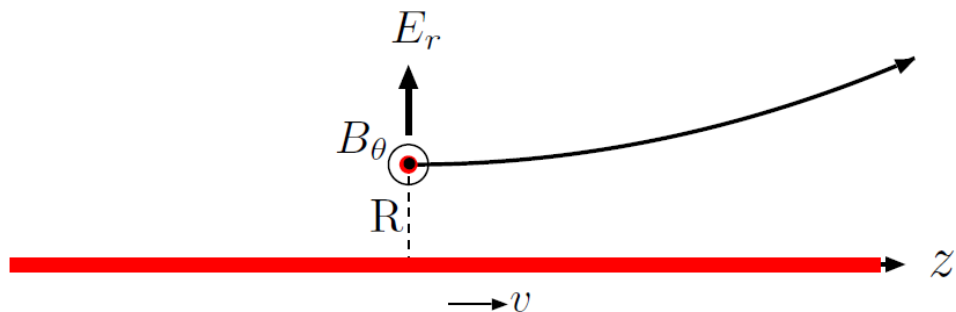
Longitudinal Space Charge Fields



- z 軸上のfieldのみ解析的に計算
- スライスは歪まない
- 各スライス内の電子密度分布は均一

- Longitudinal: m , Transverse: n に分割, 各交点に電子を配置
- 各スライスからの Space Charge Fields を計算
- 各電子に対応するエンベロップ方程式を連立して解く

ビームエンベロープ方程式 (連続ビーム)



ペンシルビーム

電子の運動方程式

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_0} \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{c^2} \mathbf{v} \right)$$

$$B_{\theta.sc} = \frac{\beta}{c} E_{r.sc}$$

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = \underbrace{-\frac{ec}{m_0 \beta \gamma^3} B_{\theta.sc}}_{\text{空間電荷効果}} - \underbrace{\frac{e}{\gamma m_0} \left(E_r - \beta c B_\theta - \frac{\beta}{c} \frac{dR}{dt} E_z \right)}_{\text{外部電磁場}}$$

空間電荷効果

外部電磁場

$$B_{\theta.sc} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

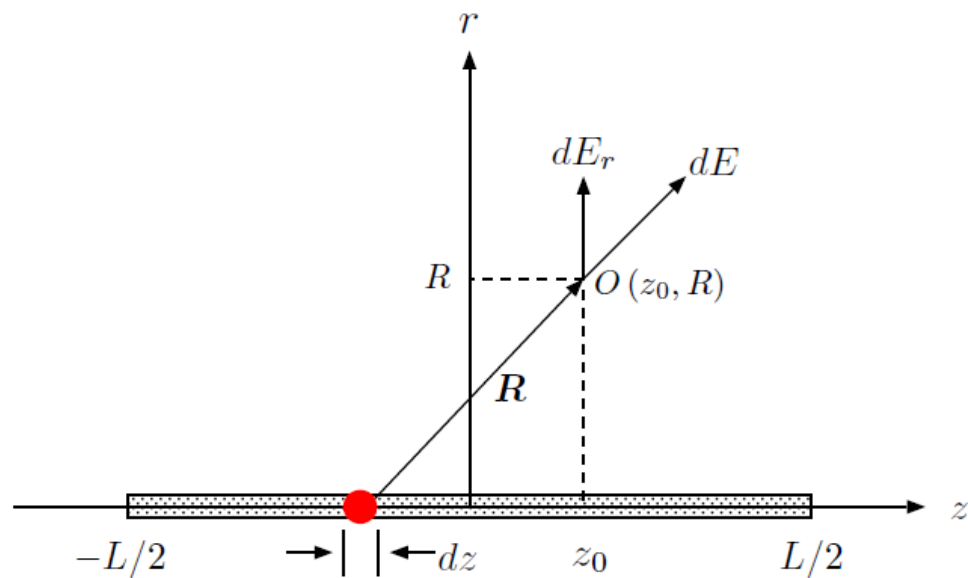
連続ビーム、または
ビームエネルギー無限大の場合

アンペールの法則

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = \frac{eI}{2\pi \epsilon_0 m_0 \beta \gamma^3 c R} - \frac{e}{\gamma m_0} \left(E_r - \beta c B_\theta - \frac{\beta}{c} \frac{dR}{dt} E_z \right)$$

Lawsonのエンベロープ方程式

ビームエンベロープ方程式 (単バンチビーム transverse方向)



パルスのペンシルビーム

$$E(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{-e\mathbf{R}}{[|\mathbf{R}|^2 - \frac{|\mathbf{v}\times\mathbf{R}|^2}{c^2}]^{3/2}}$$

$$dE_r = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \cdot \frac{Q}{L} dz \cdot \frac{R}{\left[(z_0 - z)^2 + \frac{R^2}{\gamma^2}\right]^{3/2}}$$

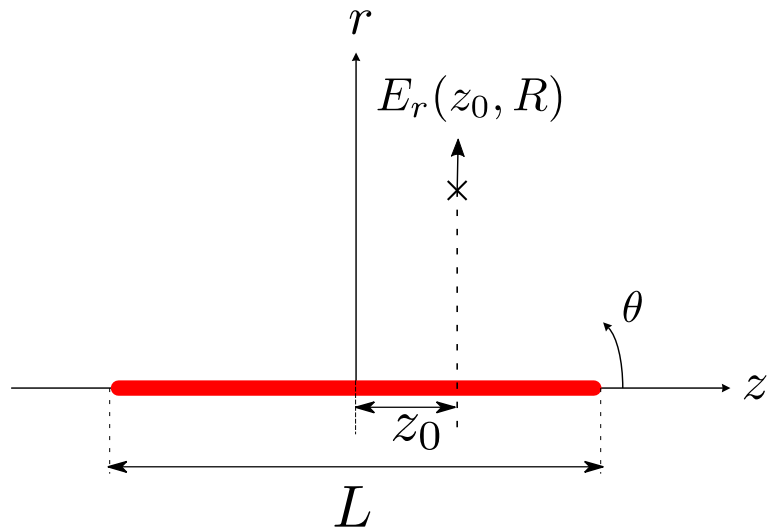
$$E_r(z_0, R) = \int_{-L/2}^{L/2} dE_r$$

$$= \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 LR} \left(\frac{\frac{z_0}{L} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\left(\frac{z_0}{L} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{\gamma L}\right)^2}} - \frac{\frac{z_0}{L} + \frac{1}{2}}{\sqrt{\left(\frac{z_0}{L} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{\gamma L}\right)^2}} \right)$$

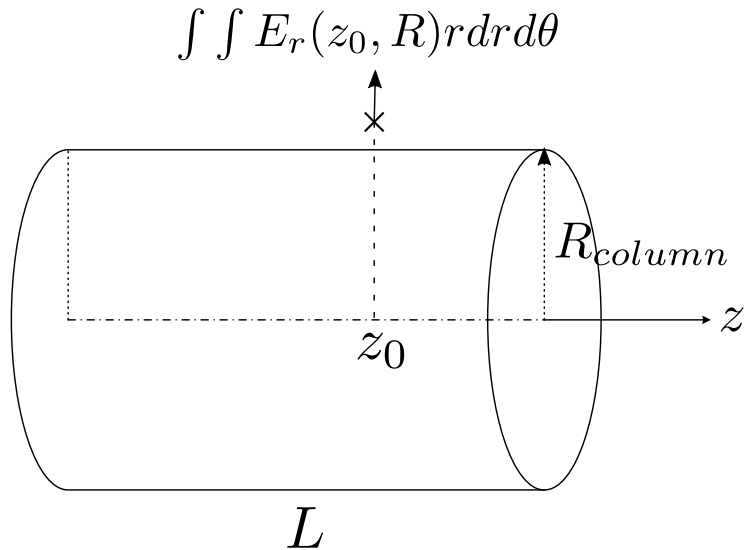
$$B_{\theta.sc} = \frac{\beta}{c} E_{r.sc}$$

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{ec}{m_0\beta\gamma^3} B_{\theta.sc} - \frac{e}{\gamma m_0} \left(E_r - \beta c B_{\theta} - \frac{\beta}{c} \frac{dR}{dt} E_z \right)$$

円柱ビームが誘起する電磁場



$$E_r(z_0, R) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 LR} \left(\frac{\frac{z_0}{L} - \frac{1}{2}}{\sqrt{\left(\frac{z_0}{L} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{\gamma L}\right)^2}} - \frac{\frac{z_0}{L} + \frac{1}{2}}{\sqrt{\left(\frac{z_0}{L} + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{R}{\gamma L}\right)^2}} \right)$$



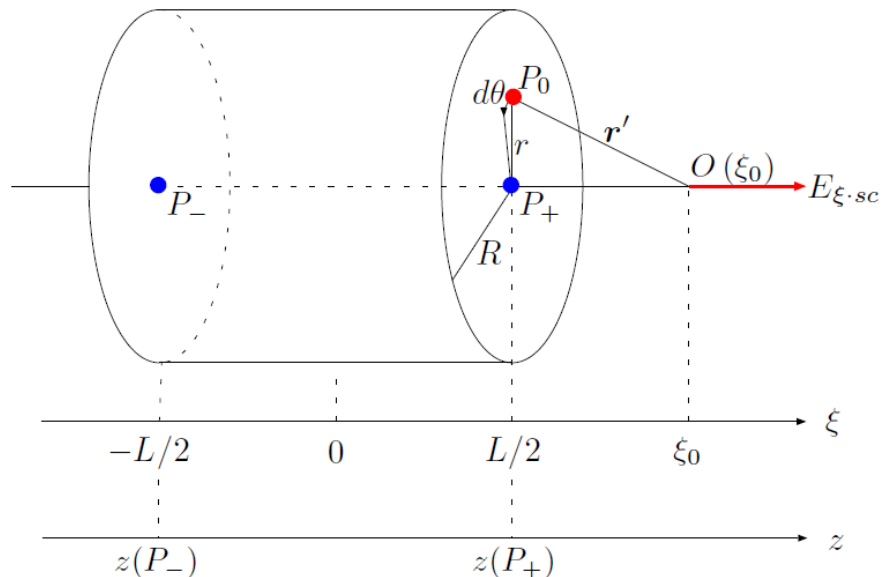
$$E_{r.column}(z_0, R) = \int \int E_r(z_0, R) r dr d\theta$$

$$= g(R, R_{column}, z_0, L, \gamma) = \frac{1}{LR} \cdot f\left(\frac{R}{R_{column}}, \frac{R}{\gamma L}, \frac{z_0}{L}\right)$$

5変数 \longrightarrow 3変数

3次元データファイルマップを用意しておいてfieldを計算

ビームエンベロープ方程式 (単バンチビーム longitudinal方向ビーム軸上)



$$E(\mathbf{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{-e\mathbf{R}}{[|\mathbf{R}|^2 - \frac{|\mathbf{v}\times\mathbf{R}|^2}{c^2}]^{3/2}}$$

$$dE_{\xi.sc}(\xi_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{-\rho(\xi_0 - \xi)}{\left((\xi_0 - \xi)^2 + \frac{r^2}{\gamma^2}\right)^{3/2}} r d\theta dr d\xi$$

$$E_{\xi.sc}(\xi_0) = \int_{-L/2}^{L/2} \int_0^R \int_0^{2\pi} dE_{\xi.sc}(\xi_0)$$

$$= \frac{Q}{2\pi\epsilon_0 R^2 L} \left(-\sqrt{\left(\xi_0 - \frac{L}{2}\right)^2 + \frac{R^2}{\gamma^2}} + \sqrt{\left(\xi_0 + \frac{L}{2}\right)^2 + \frac{R^2}{\gamma^2}} + \left| \xi_0 - \frac{L}{2} \right| - \left| \xi_0 + \frac{L}{2} \right| \right)$$

解析的に計算可能

エンベロープ方程式

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_0} \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{c^2} \mathbf{v} \right)$$

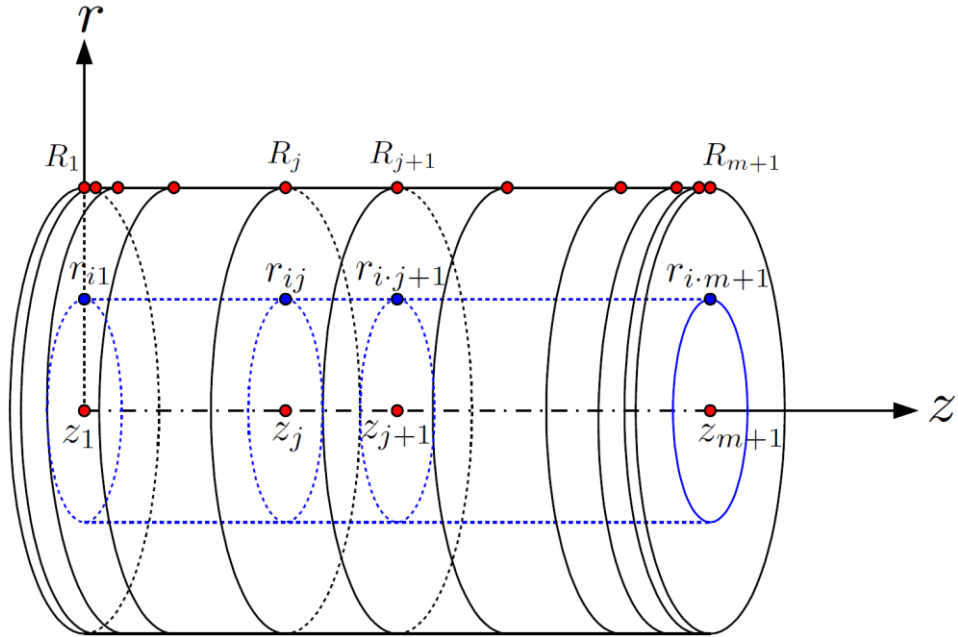


$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\frac{e}{\gamma^3 m_0} (E_{\xi.sc} + E_z)$$

空間電荷効果

外部電磁場

Multiple Beam Envelope Equations



$$\frac{d^2 R_j}{dt^2} = -\frac{e}{\gamma_j m_0} \left(\frac{E_{r.sc}}{\gamma_j^2} - E_r + \beta_j c B_\theta + \frac{\beta_j}{c} \cdot \frac{dR_j}{dt} E_z \right)$$

For transverse direction

$$\frac{d^2 r_{ij}}{dt^2} = -\frac{e}{\gamma_j m_0} \left(\frac{E_{r.sc}}{\gamma_j^2} - E_r + \beta_j c B_\theta + \frac{\beta_j}{c} \cdot \frac{dr_{ij}}{dt} E_z \right)$$

For transverse direction

$$\frac{d^2 z_j}{dt^2} = -\frac{e}{\gamma_j^3 m_0} (E_{\xi.sc} + E_z)$$

For longitudinal direction

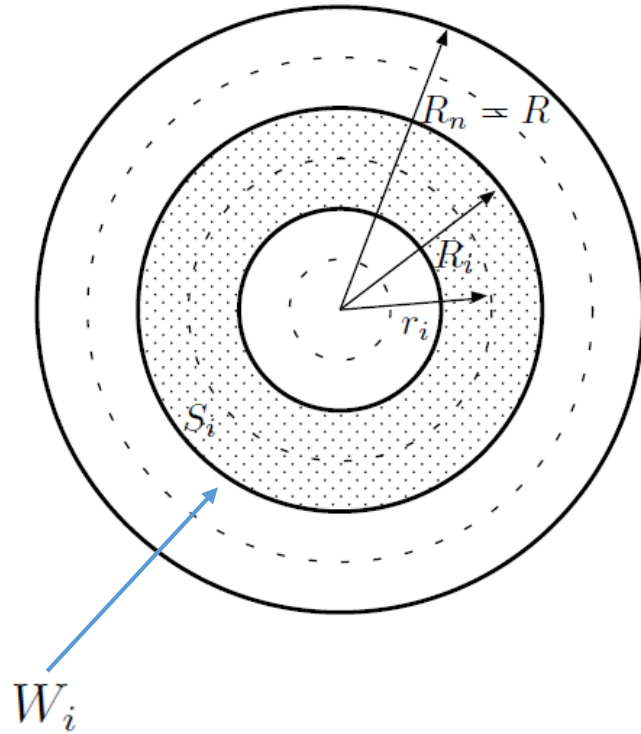
$$\frac{d\beta_j}{dt} = \frac{1}{c} \frac{d^2 z_j}{dt^2}$$

For energy

$$(i = 1, \dots, n)(j = 1, \dots, m + 1)$$

各微分方程式を連立して Octave で解く

エミッタンスの計算方法



$$i = 1 \dots n, R_n = R$$

$$r_i = (R_{i-1} + R_i) / 2$$

$$W_i = S_i / (\pi R^2) = (2i - 1) / n^2$$

各期待値、 $\langle r^2 \rangle$ 、 $\langle r'^2 \rangle$ および $\langle r \cdot r' \rangle^2$ は
$$\langle A \rangle = \sum_{i=1}^n W_i \cdot A_i$$

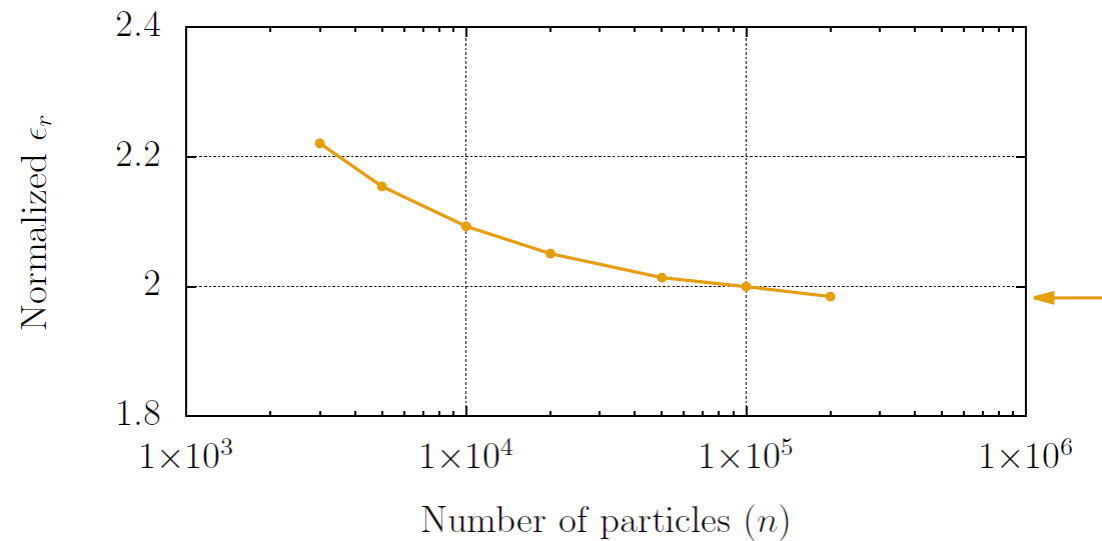
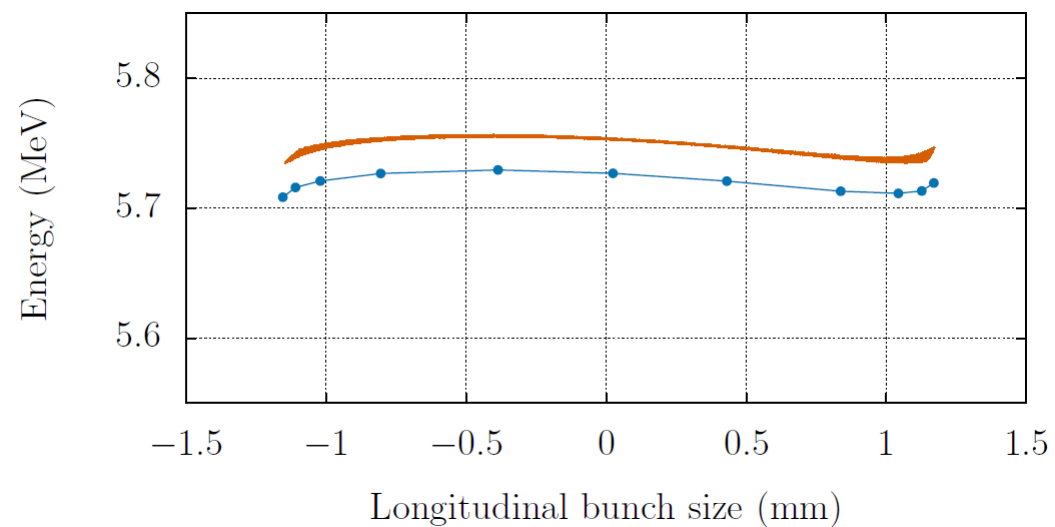
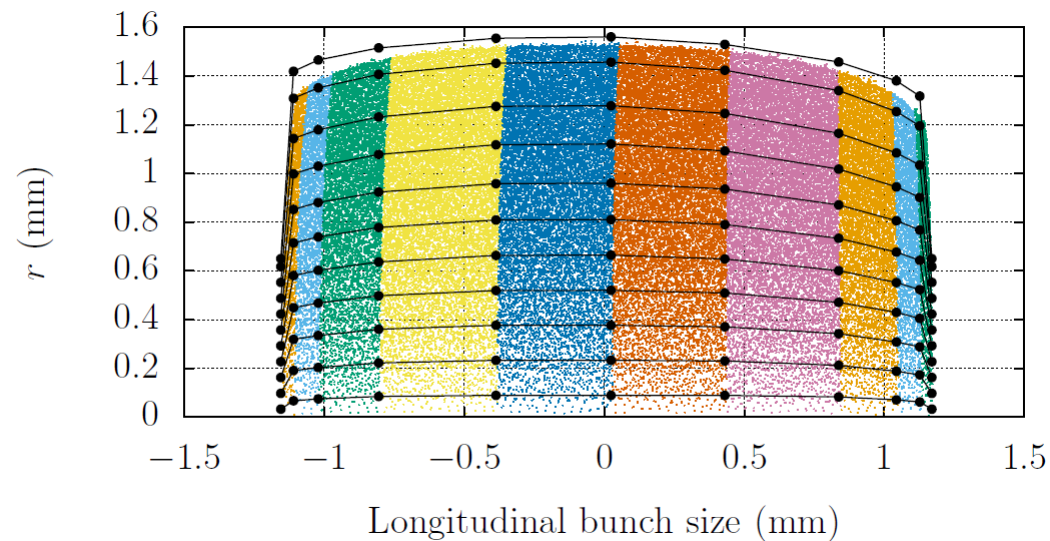
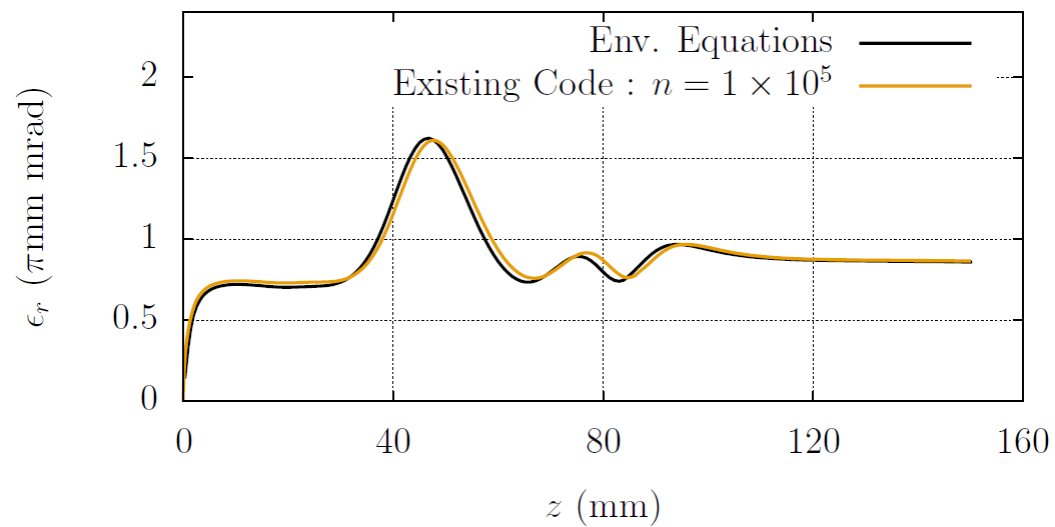
$$\begin{aligned} r\text{-エミッタンス} &: \varepsilon_r = \langle \gamma \beta \rangle \sqrt{\langle r^2 \rangle \langle r'^2 \rangle - \langle x \cdot x' \rangle^2} \\ x\text{-エミッタンス} &: \varepsilon_x = \varepsilon_r / 2 \end{aligned}$$

Simulation cases #1: BNL RFgun Cavity and Free space

Multiple Beam Envelope Equations (0.1 nC, $m = n = 10$)

Initial Parameters:

レーザースポットサイズ : $\phi 1.3$ mm
レーザー幅 : 10 ps
電荷量 : 0.1 nC
エネルギー@cavity exit : 5.75 MeV

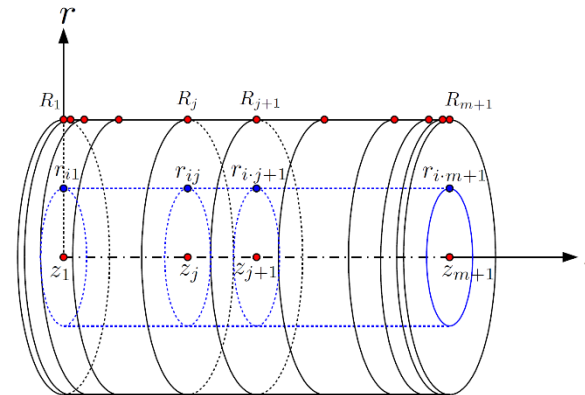
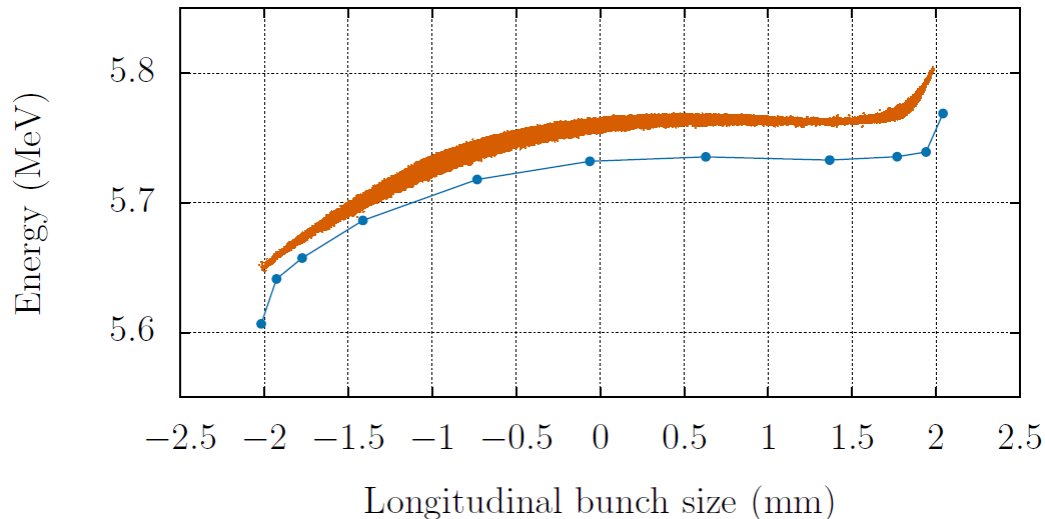
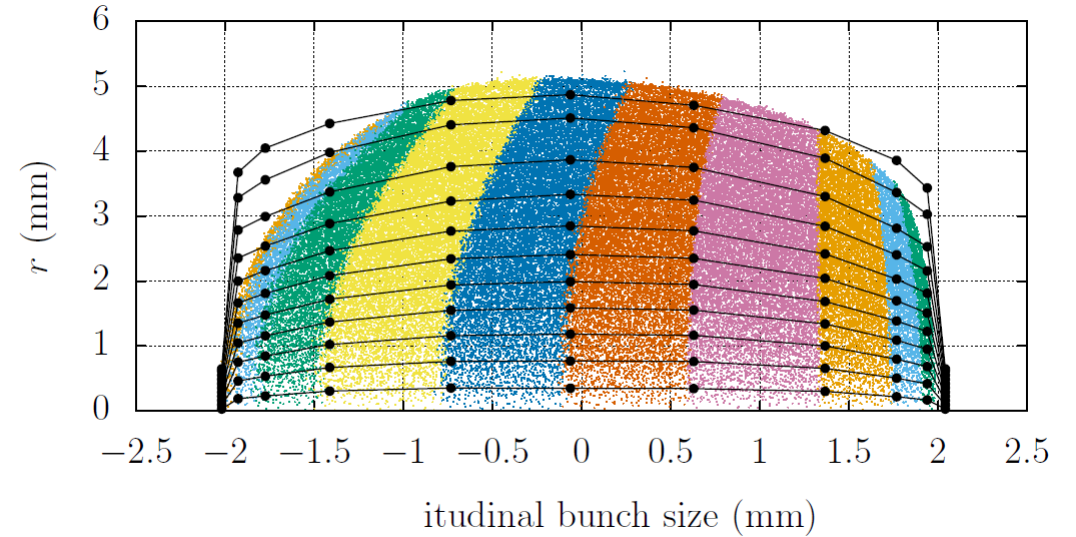
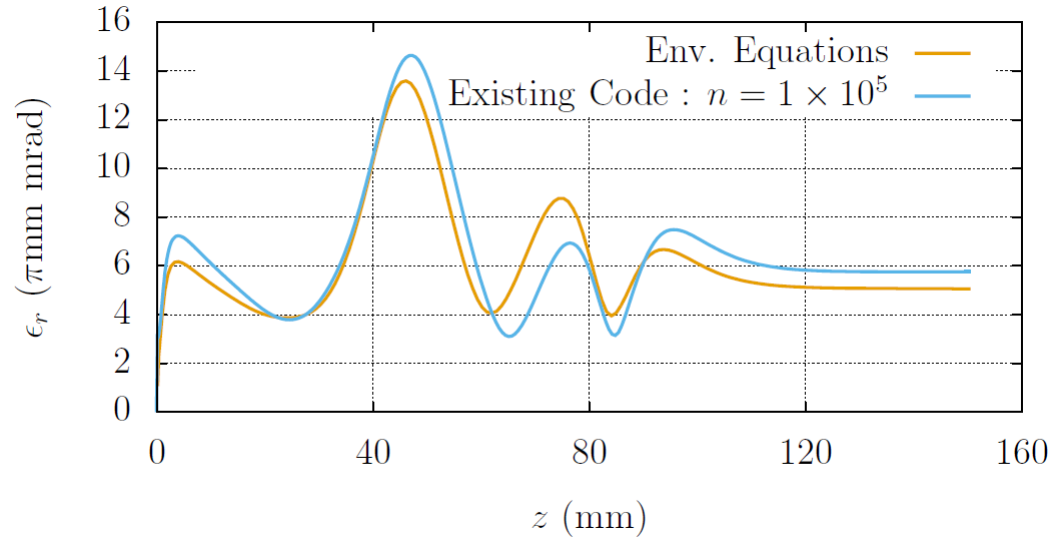


Simulation cases #1: BNL RFgun Cavity and Free space

Multiple Beam Envelope Equations (1.0 nC , $m = n = 10$)

Initial Parameters:

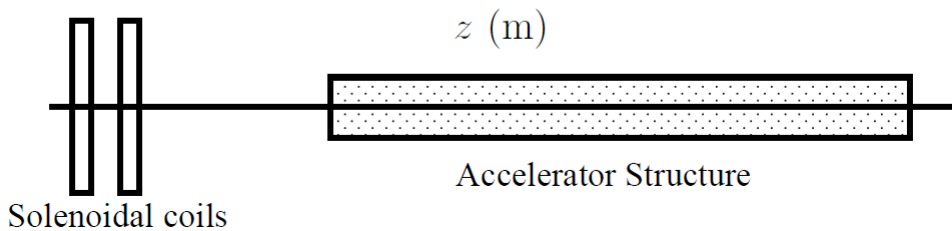
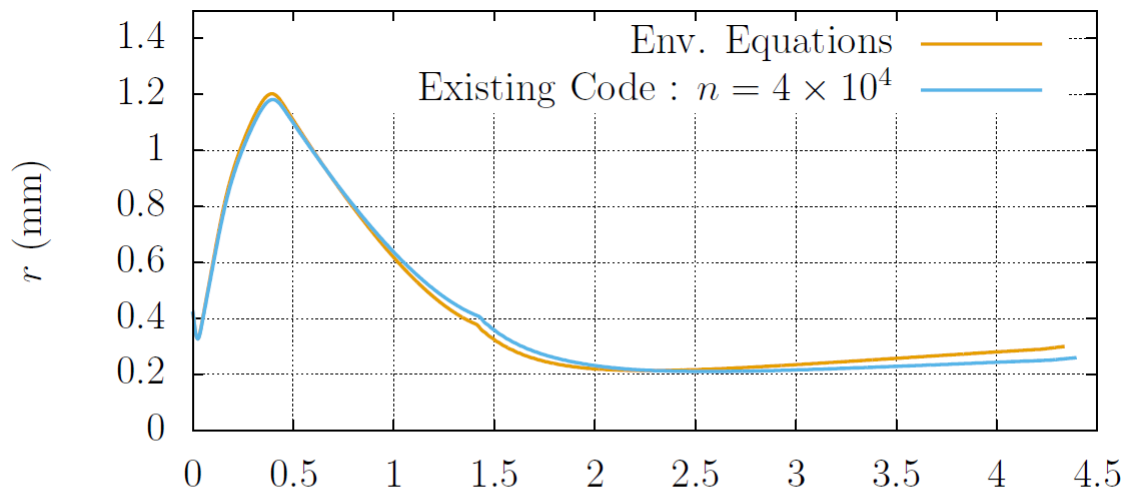
レーザースポットサイズ	: $\phi 1.3 \text{ mm}$
レーザー幅	: 10 ps
電荷量	: 1.0 nC
エネルギー@cavity exit	: 5.75 MeV



- z 軸上のfieldのみ解析的に計算
- スライスは歪まない
- 各スライス内の電子密度分布は均一

Simulation cases #2: Spring-8 RFGun Cavity + Solenoid + Acc, overfocus

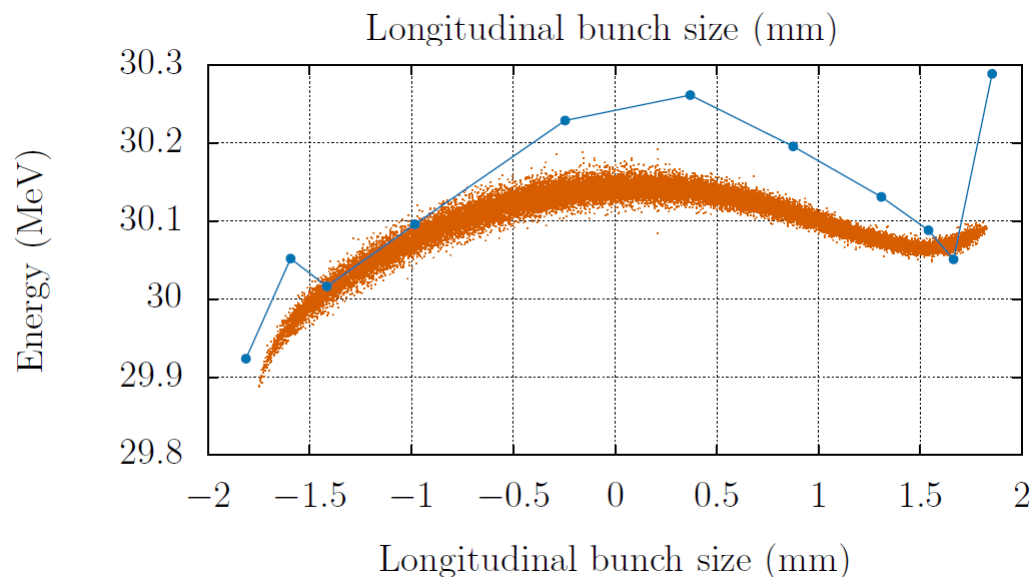
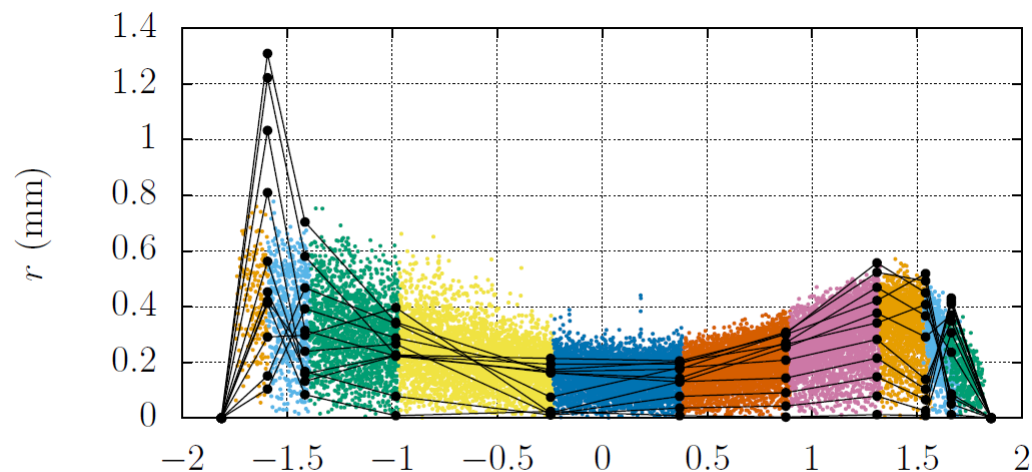
Multiple Beam Envelope Equations (50.0 pC, $m = n = 10$)



- スライスは歪まない
- 各スライス内の電子密度分布は均一

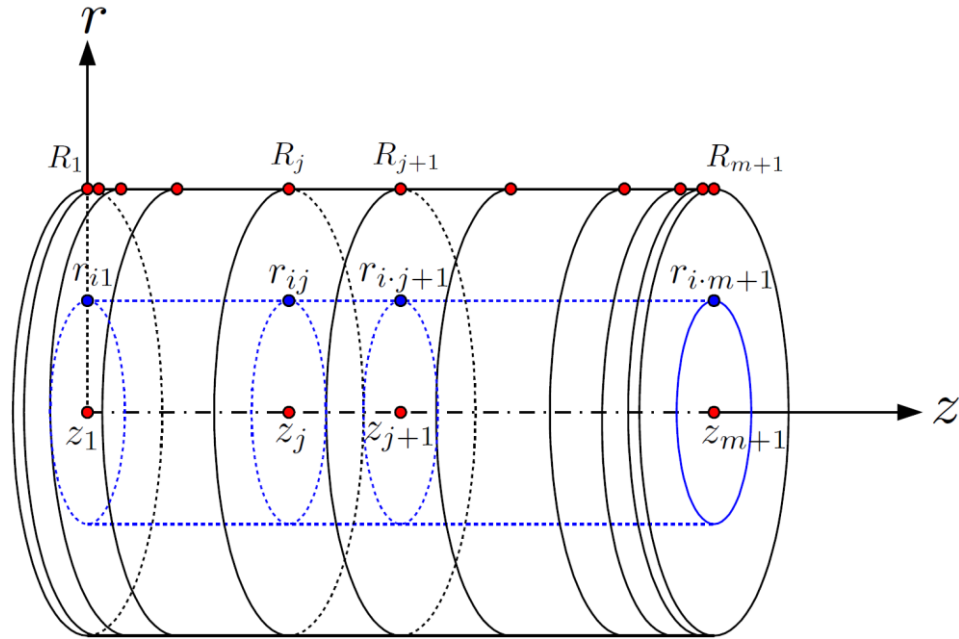
Initial Parameters:

レーザースポットサイズ	: $\phi 1.2$ mm
レーザー幅	: 20 ps
電荷量	: 50.0 pC
エネルギー@cavity exit	: 3.7 MeV
エネルギー@Acc. Exit	: 30.0 MeV



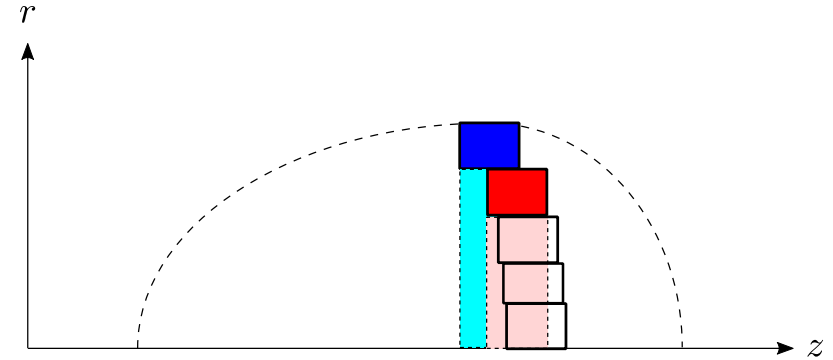
2. 2D Bulk-To-Point Tracking Code

2. 2D Bulk-To-Point Tracking Code (2次元コード)



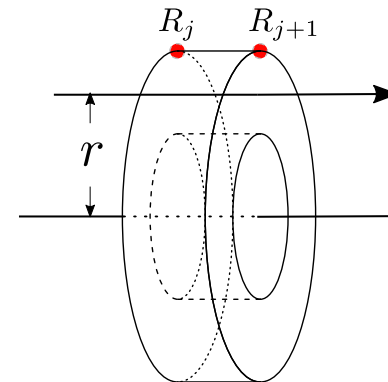
- Longitudinal: m , Transverse: n に分割, 各交点に電子を配置
- 各ドーナツからの Space charge field を計算
- 各電子の運動方程式を数値的(ルンゲクッタ法)に解く

新たにOff-axisのLongitudinal Fieldsも計算



- 複数のドーナツで構成されるスライスは歪んでも良い
- 各ドーナツ内の電子密度分布が均一
- 複数のドーナツにより、径方向電子密度分布を表現可能

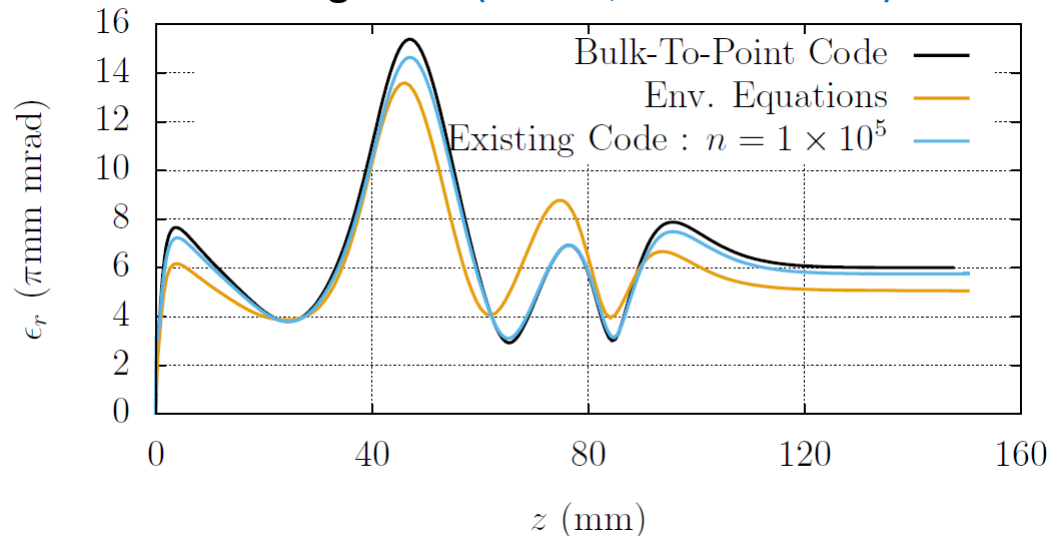
径方向Off-axis電場の計算



$$E_z(z, r) = f\left(\frac{r}{R}, \frac{R}{\gamma L}, \frac{z}{L}\right)$$

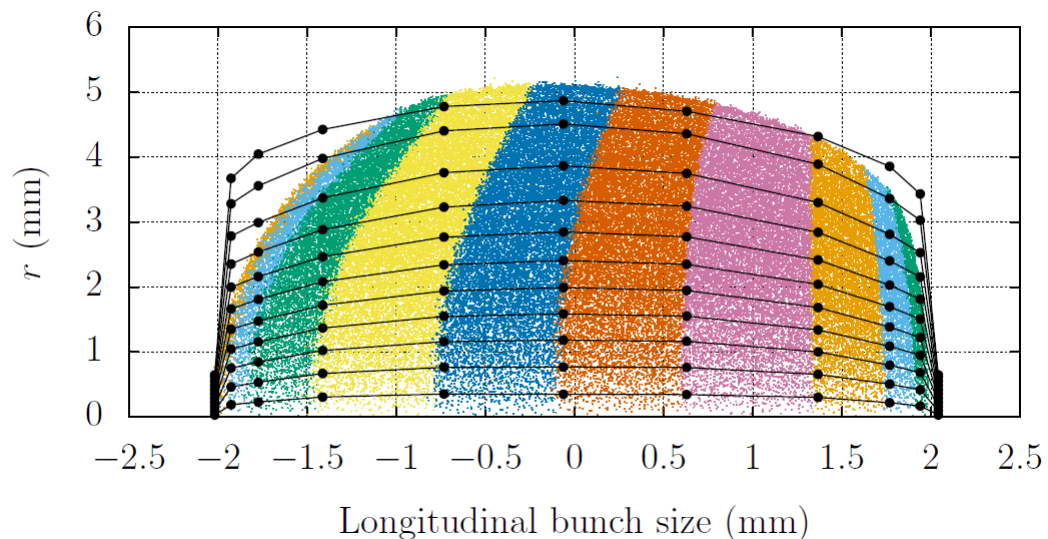
Simulation cases #1: BNL Cavity and Free space (1.0 nC)

2D Bulk-To-Point Tracking Code (1.0 nC, $m = n = 20$)

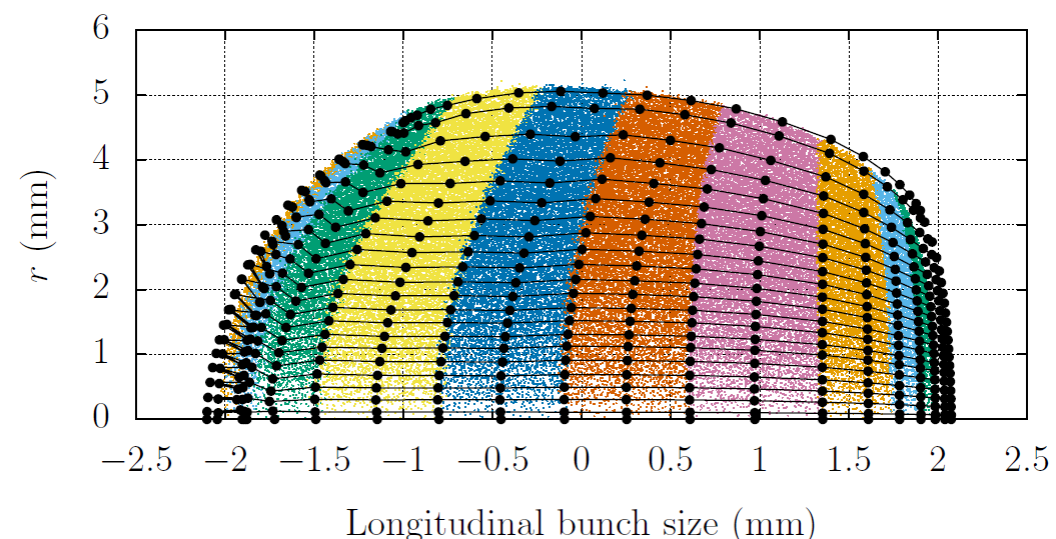


Initial Parameters:

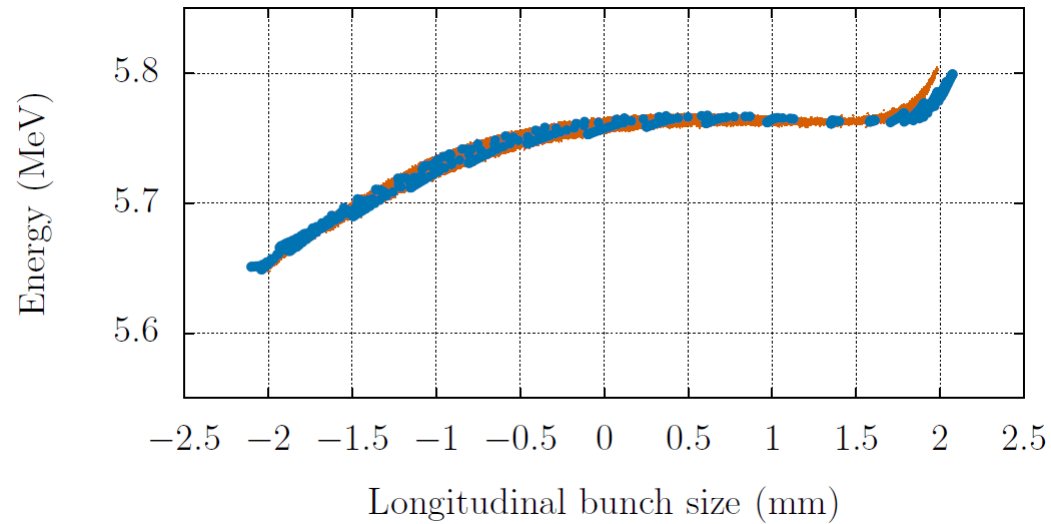
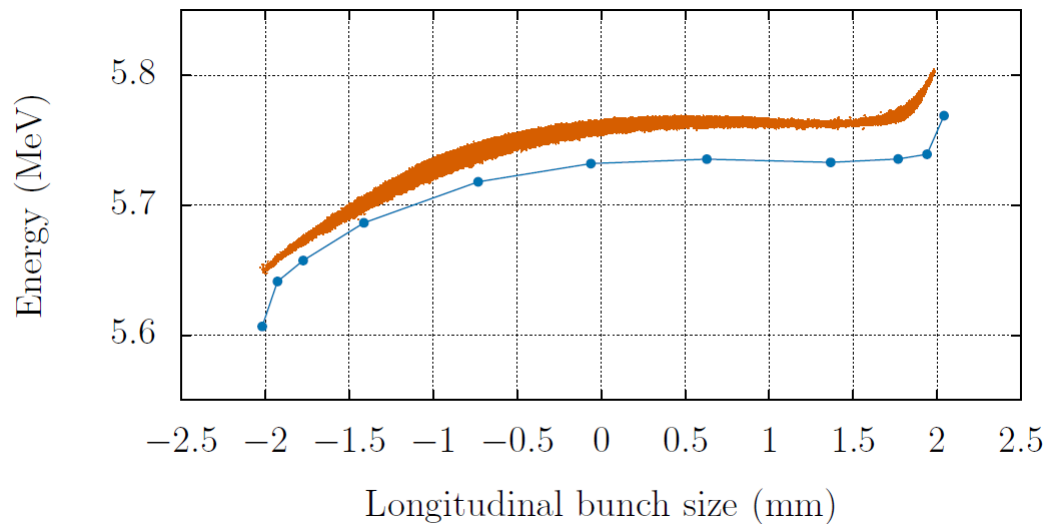
レーザースポットサイズ	: $\phi 1.3$ mm
レーザー幅	: 10 ps
電荷量	: 1.0 nC
エネルギー@cavity exit	: 5.75 MeV



Multiple Beam Envelope Equations

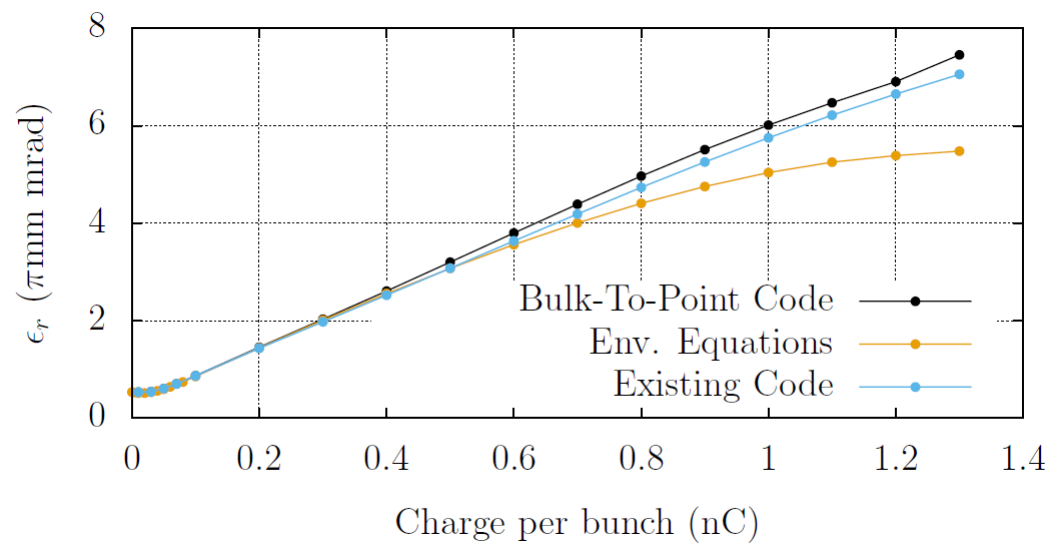


2D Bulk-To-Point Tracking Code



Multiple Beam Envelope Equations

2D Bulk-To-Point Tracking Code



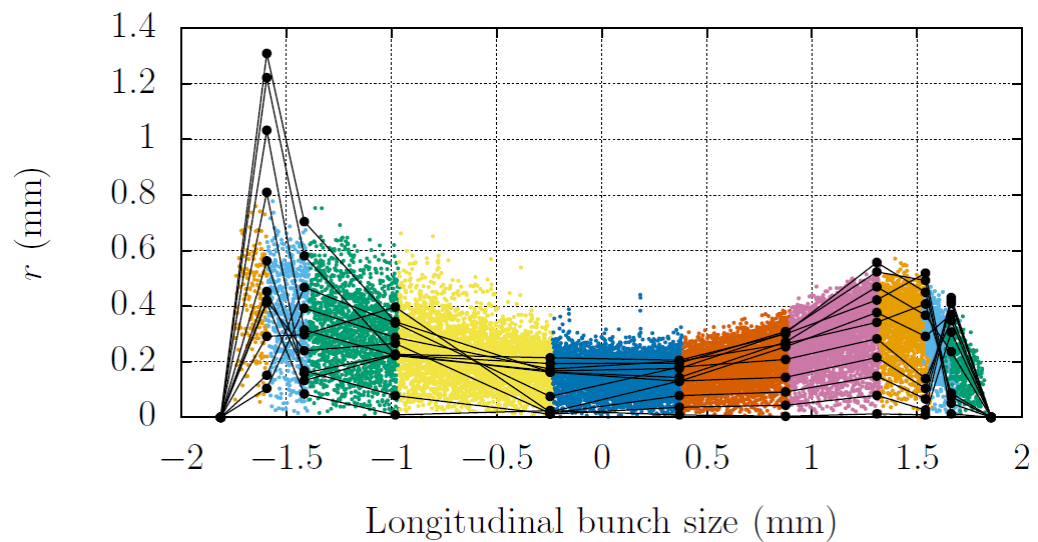
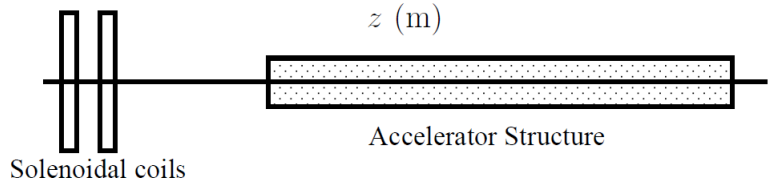
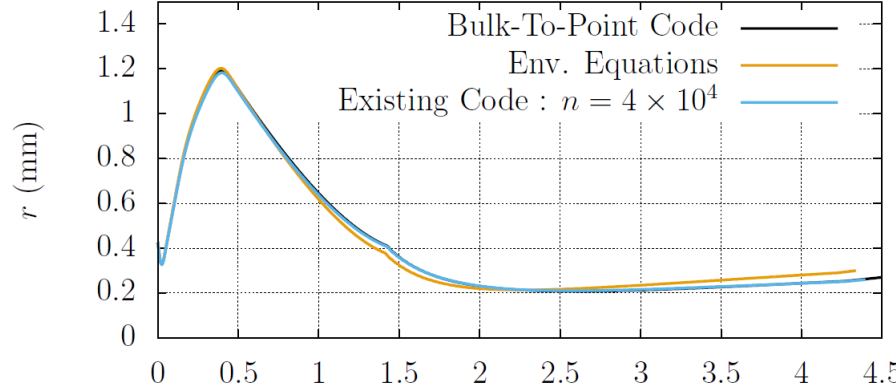
Simulation cases #2: Spring-8 RFgun Cavity

+ Solenoid + Acc, overfocus

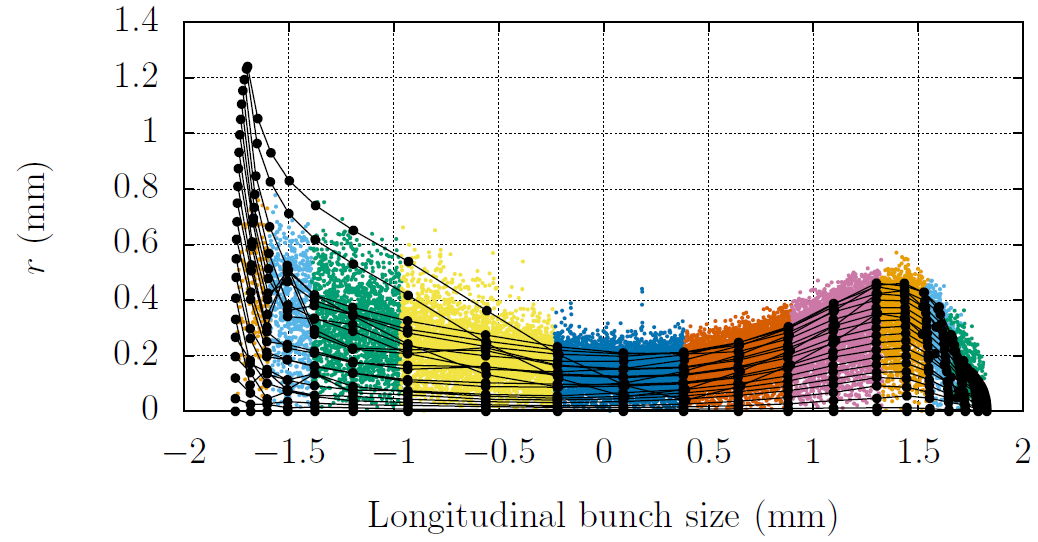
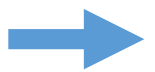
2D Bulk-To-Point Tracking Code (50.0 pC, $m = n = 20$)

Initial Parameters:

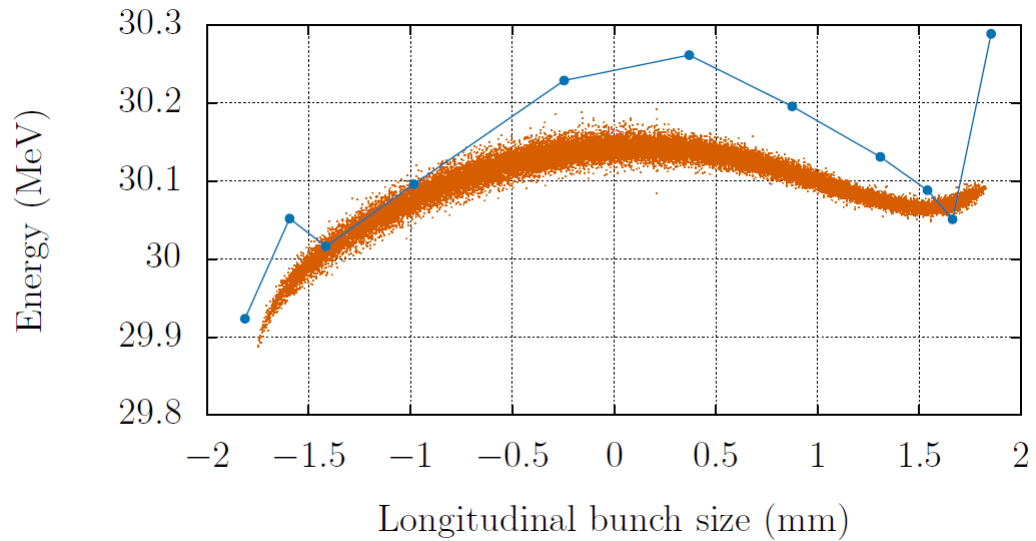
レーザースポットサイズ	: $\phi 1.2$ mm
レーザー幅	: 20 ps
電荷量	: 50.0 pC
エネルギー@cavity exit	: 3.7 MeV
エネルギー@Acc. Exit	: 30.0 MeV



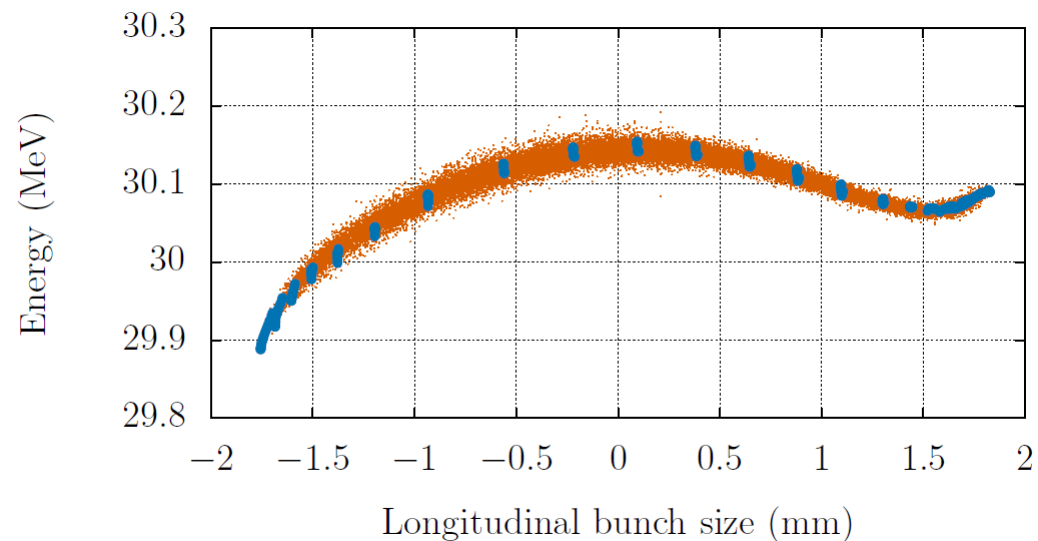
Multiple Beam Envelope Equations



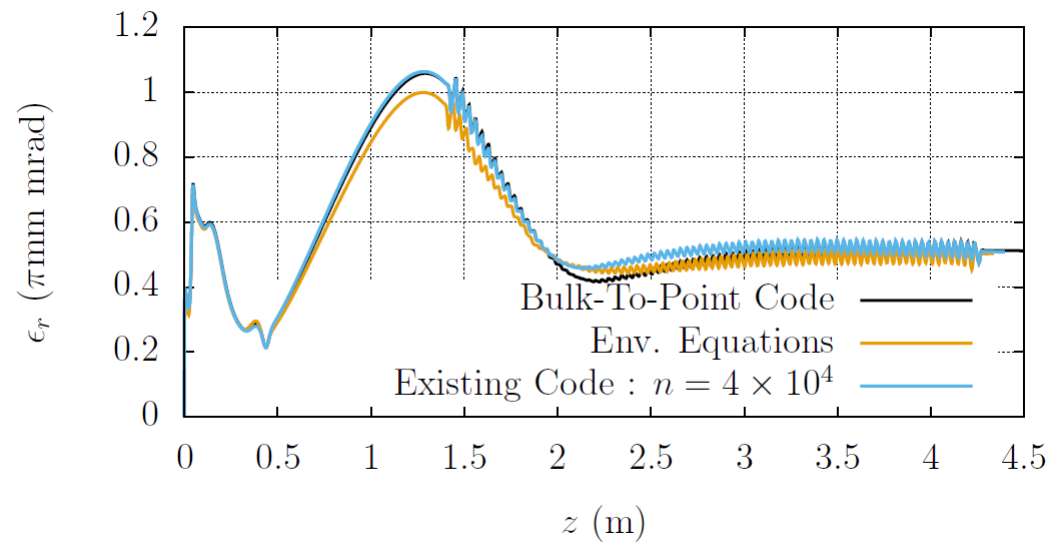
2D Bulk-To-Point Tracking Code



Multiple Beam Envelope Equations



2D Bulk-To-Point Tracking Code



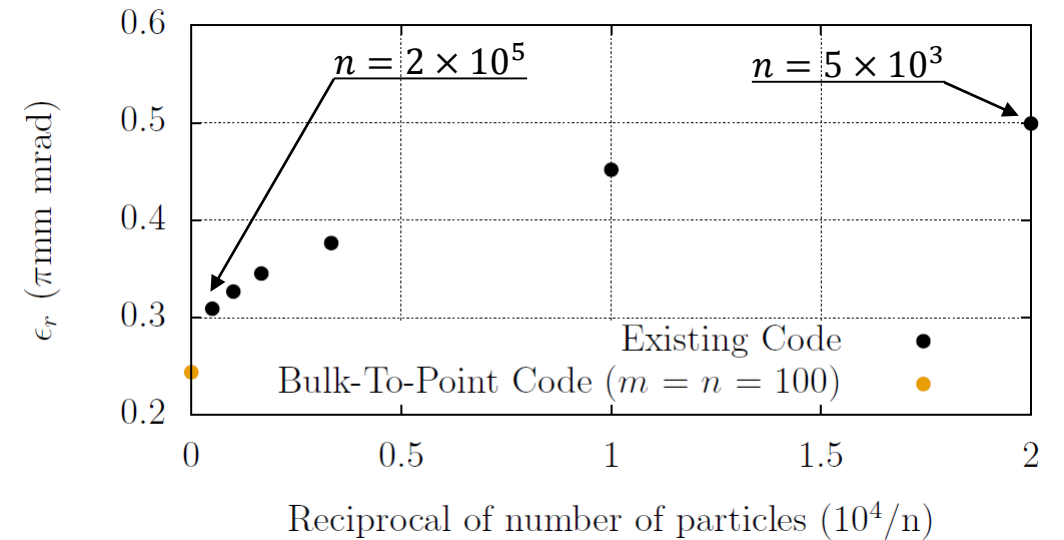
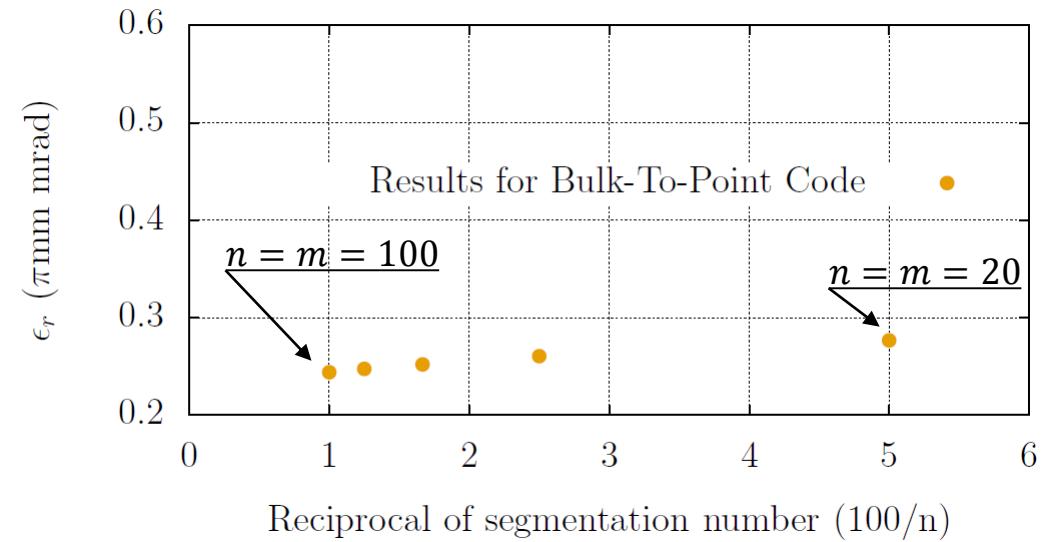
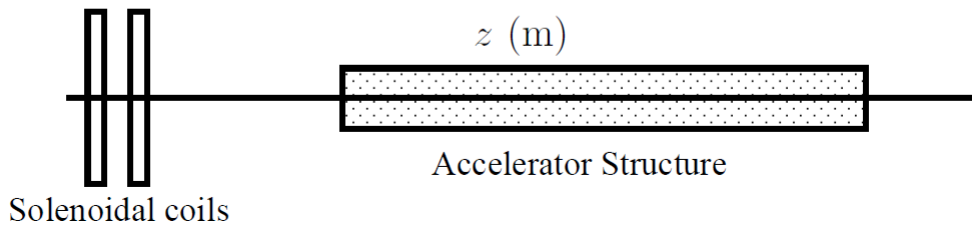
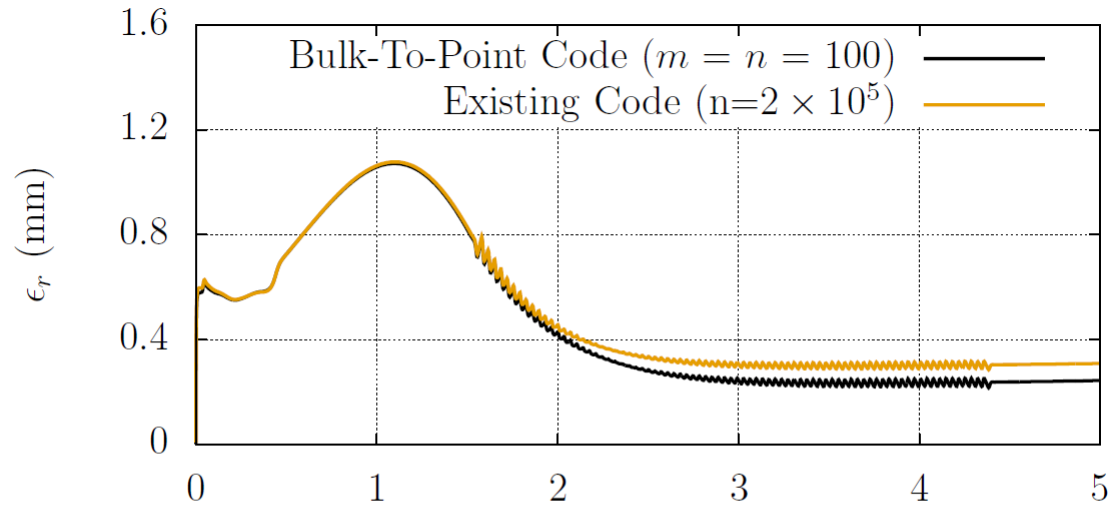
Simulation cases #3: Spring-8 RFgun Cavity

+ Solenoid + Acc, 計算精度と計算時間

2D Bulk-To-Point Tracking Code (50 pC)

Initial Parameters:

レーザースポットサイズ	: $\phi 1.4$ mm
レーザー幅	: 9 ps
電荷量	: 50.0 pC
エネルギー@cavity exit	: 3.7 MeV
エネルギー@Acc. Exit	: 30.0 MeV

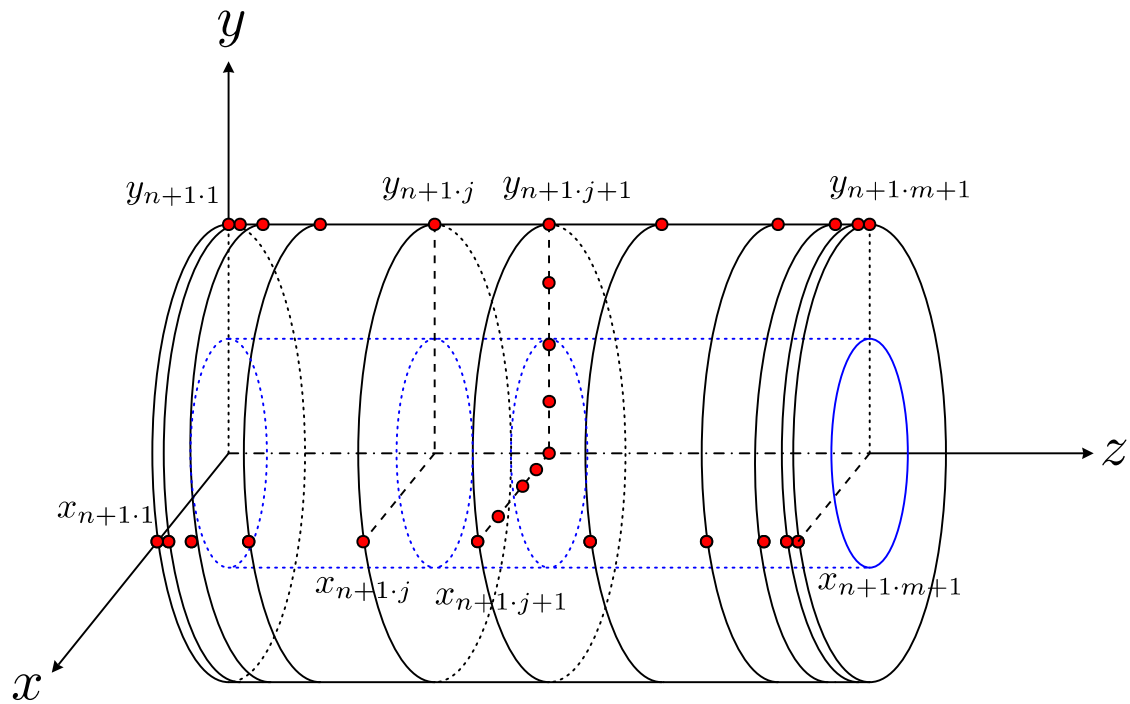


計算時間 by 8-core Xeon W5590 3.33 GHz

- Point-To-Point Code ($n = 2 \times 10^5$) : 3 weeks
- Bulk-To-Point Tracking Code ($m = n = 100$) : 24 hours
- Bulk-To-Point tracking Code ($m = n = 20$) : 3 min

3. 3D Bulk-To-Point Tracking Code

3. 3D-Bulk-To-Point Tracking Code (準3次元コード)



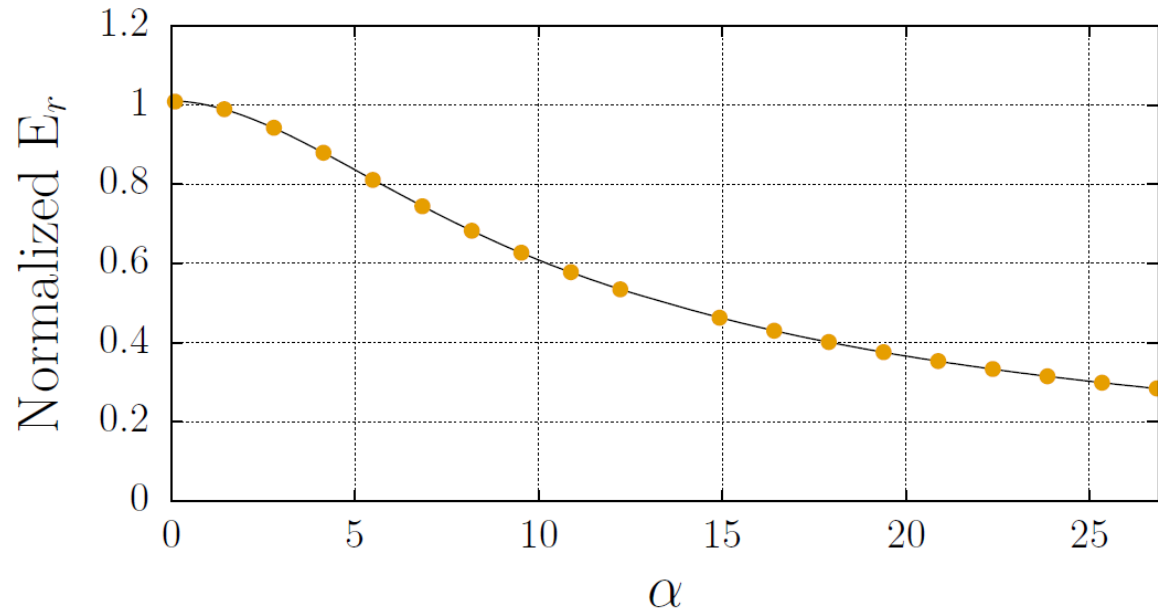
- 電子を x 軸上, および y 軸上に配置
- 各楕円ドーナツからの Space charge field を計算
- 2Dコードと同様に、各電子の運動方程式を数値的に解く

アスペクト比 $\alpha = \frac{x}{y}$ を追加して4次元マッピングデータが必要？

xyのアスペクト比: α

$$E = f\left(\frac{r}{R}, \frac{R}{\gamma L}, \frac{z}{L}, \alpha\right) = \frac{A}{1 + \left(\frac{\alpha}{B}\right)^C} + D$$

$$\begin{cases} A &= f_a\left(\frac{r}{R}, \frac{R}{\gamma L}, \frac{z}{L}\right) \\ B &= f_b\left(\frac{r}{R}, \frac{R}{\gamma L}, \frac{z}{L}\right) \\ C &= f_c\left(\frac{r}{R}, \frac{R}{\gamma L}, \frac{z}{L}\right) \\ D &= f_d\left(\frac{r}{R}, \frac{R}{\gamma L}, \frac{z}{L}\right) \end{cases}$$



A,B,C,Dでフィールドをフィッティング

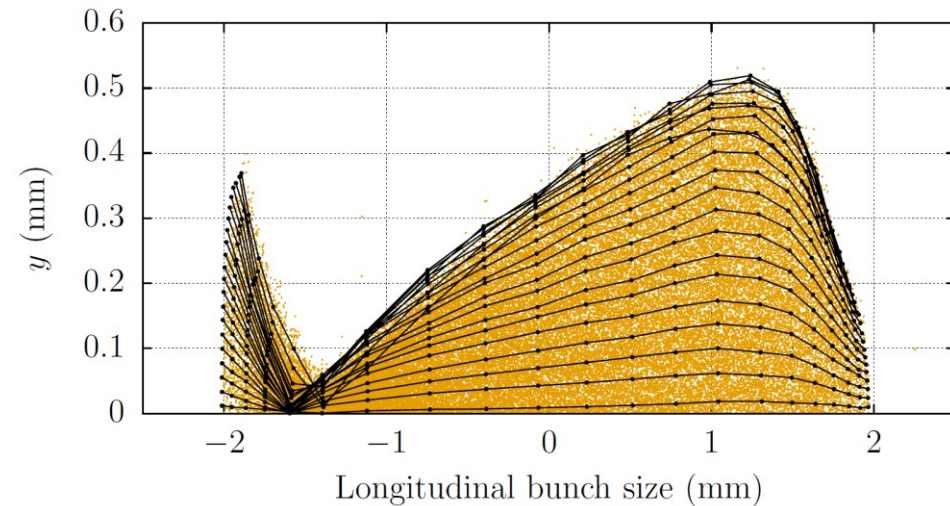
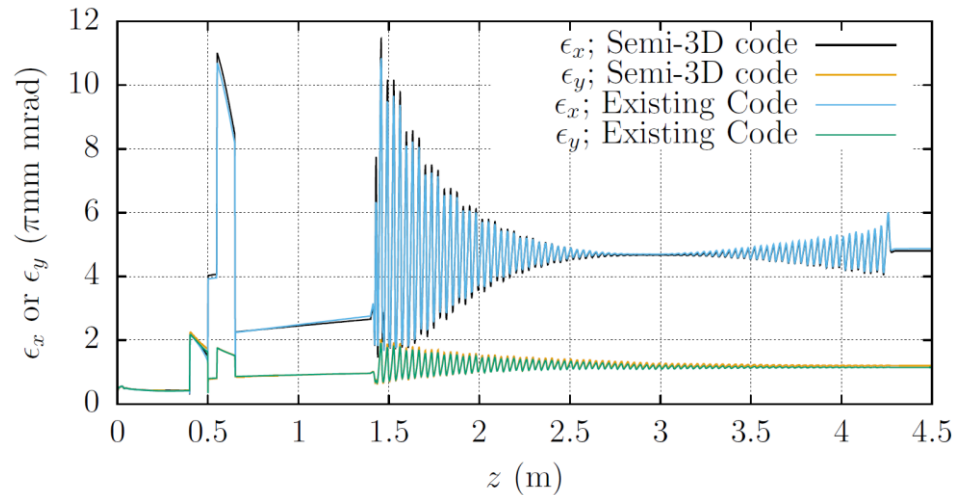
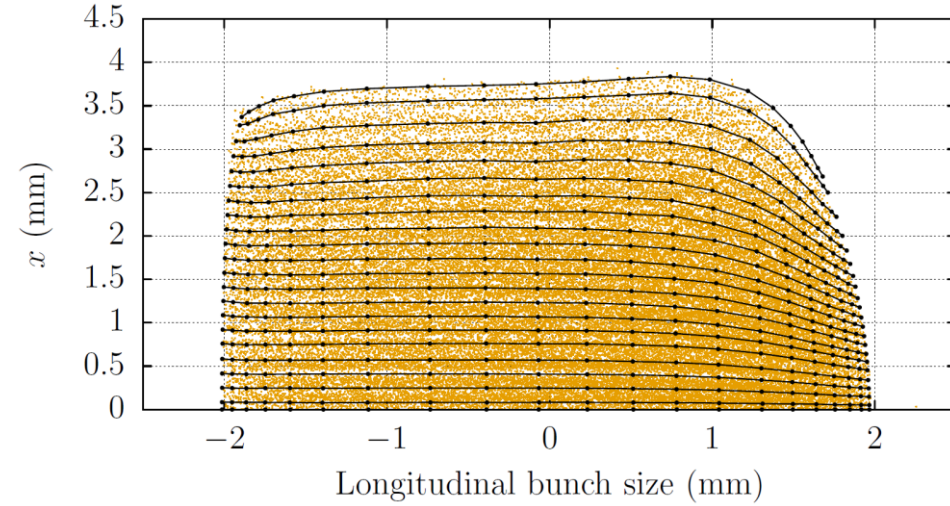
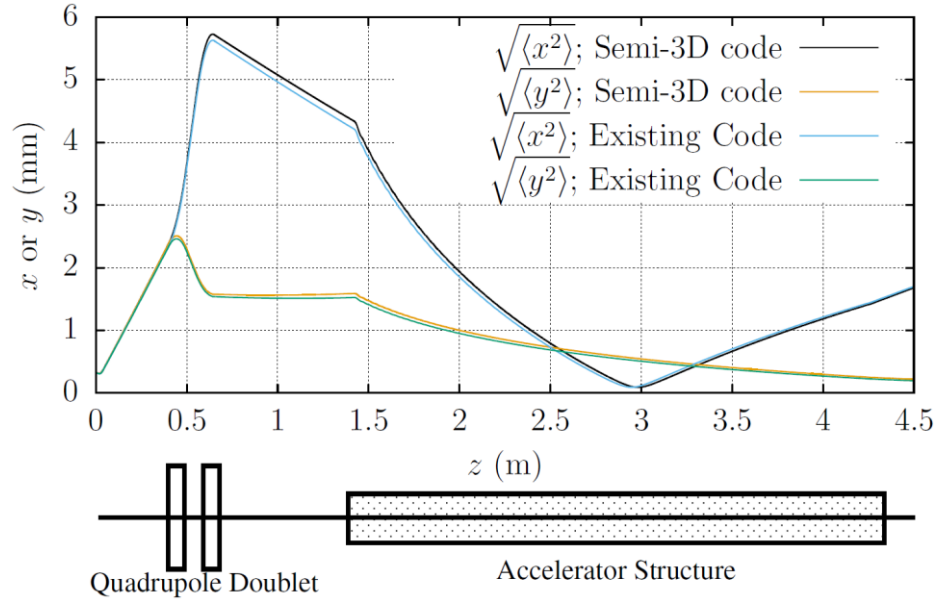
4次元フィールドマップ \Rightarrow 3次元フィールドマップ

Simulation cases #4: Spring-8 RFgun Cavity + Q-Doublet + Acc

Initial Parameters:

レーザースポットサイズ	: $\phi 1.2$ mm	Point-To-Point Code	:
レーザー幅	: 20 ps		
電荷量	: 0.2 nC	$n = 6 \times 10^4$	
エネルギー@cavity exit	: 3.7 MeV	3D Bulk-To-Point Code	:
エネルギー@Acc. Exit	: 30.0 MeV	$m = n = 20$	

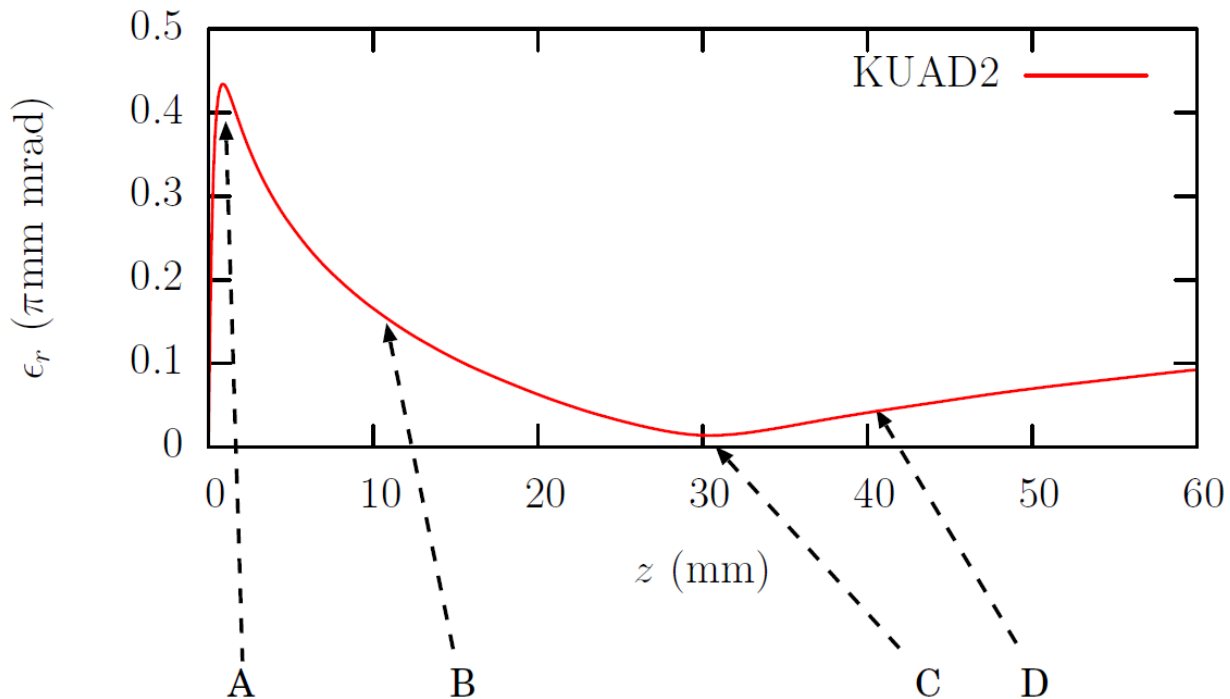
3D Bulk-To-Point Tracking Code (0.2 nC)



4. DC continuous beamのシミュレーション 空間電荷効果によるエミッタンスリダクション

スライスエミッタンスリダクションの事例

径方向 : $\Phi 2\text{mm}$ 一様分布
 長手方向 : $40\text{A}/\text{cm}^2$ 一様な連続ビーム
 初期熱エミッタンス : $0 \pi\text{mm mrad}$
 理想的な平面カソード
 カソード鏡像効果を考慮
 一様電界 $5\text{MV}/\text{m}$ で引き出して加速し続ける



simulated by KUAD2
 京大エネルギー理工学研究所
 増田准教授

ある位置 z を通過した粒子の積算により z でのエミッタンスを算出

$$\epsilon_r(z) = \sqrt{\langle r^2 \rangle_z \langle (\gamma\beta r')^2 \rangle_z - \langle \gamma\beta r r' \rangle_z^2}$$



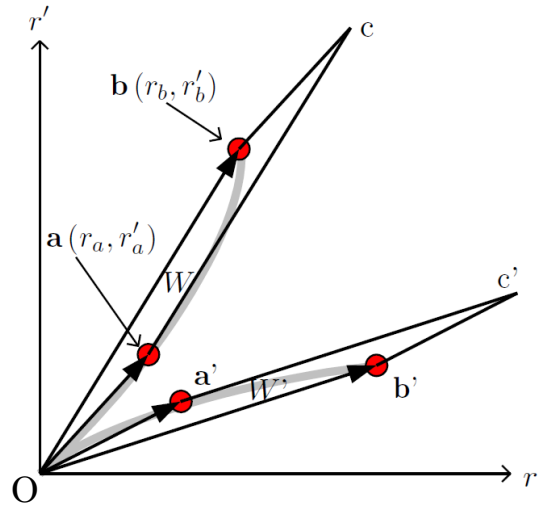
プロジェクションエミッタンスではなく、スライスエミッタンスに近い

rms エミッタンス \neq Liouville's volume



エミッタンスが低減しても理論的矛盾はない

rmsエミッタンスの保存 ($r - r'$ 空間)



四角形Oacbの面積が保存される条件は、

四角形の面積

$$W = \vec{a} \times \vec{b} = r_a r'_b - r'_a r_b$$

面積の増分

$$\frac{dW}{ds} = r'_a r'_b + r_a r''_b - r''_a r_b - r'_a r'_b = r_a r''_b - r''_a r_b$$

Linear forceが働く場合は

$$r'' = Kr$$

面積(エミッタンス)が保存

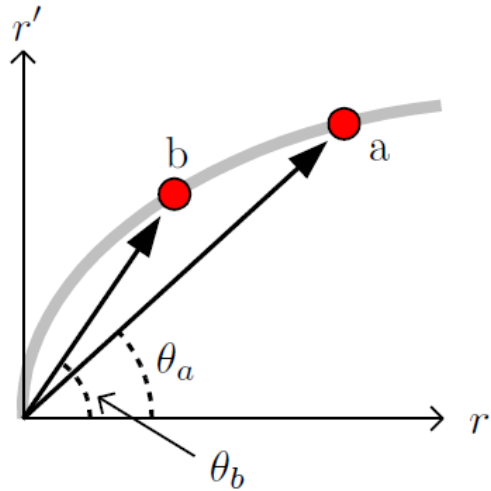
$$\frac{dW}{ds} = r_a r''_b - r''_a r_b = Kr_a r_b - Kr_a r_b = 0$$

Linear force以外の作用がある場合は、エミッタンスは保存せず、したがって、減少する場合があるかもしれない

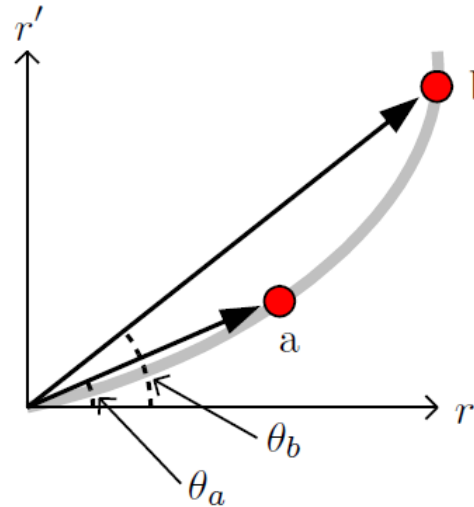
エミッタンスの増減は、 $W > 0$ として dW/ds の正負で判断する

常に $W = \vec{a} \times \vec{b} = r_a r'_b - r'_a r_b > 0$ となるようにベクトル \vec{a}, \vec{b} を配置 \Rightarrow 常に $\theta_a < \theta_b$

1. $r_a > r_b$ の場合(上に凸)



2. $r_a < r_b$ の場合(下に凸)



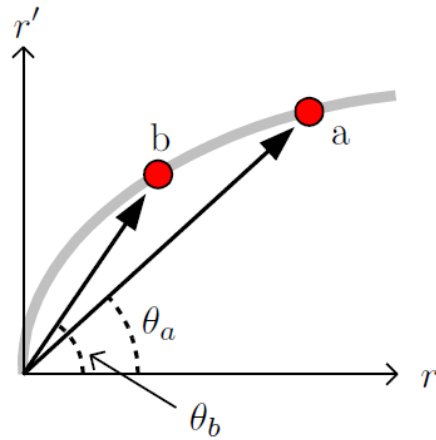
電子が受ける力を $r'' \equiv K(r)r$ と表現したとき、それぞれ

$$dK(r)/dr < 0$$

$$dK(r)/dr > 0$$

で表される作用を受けて生成された位相空間分布

1. $r_a > r_b$ の場合 (上に凸)



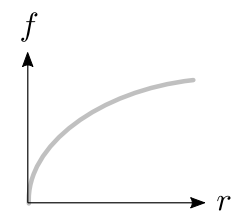
$dK(r)/dr < 0$ で表される作用を受けて生成された位相空間分布

ビーム中心の電荷密度が大きく、外側が小さい一般的な場合に相当

粒子 a, b に対し、それぞれ $\begin{cases} r_a'' \equiv K_a r_a \\ r_b'' \equiv K_b r_b \end{cases}$ の力が作用が作用する場合を考える

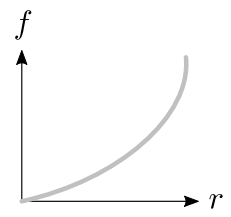
$$\frac{dW}{ds} = r_a r_b'' - r_a'' r_b = (K_b - K_a) r_a r_b$$

A. $K_b > K_a$ の場合 エミッタンス増加



$dK(r)/dr < 0$ すなわち、上に凸の形で表される力を受け続ける場合に相当

B. $K_b < K_a$ の場合 エミッタンス減少

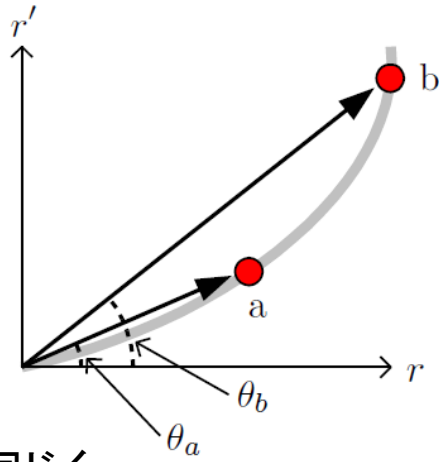


$dK(r)/dr > 0$ すなわち、下に凸の形で表される力を新たに受ける場合に相当



中心の密度が大きいビームが、外側の密度が大きな状態に移行することを意味する。空間電荷効果によっては、通常は起こり得ないと考えられる。

2. $r_a < r_b$ の場合 (下に凸)

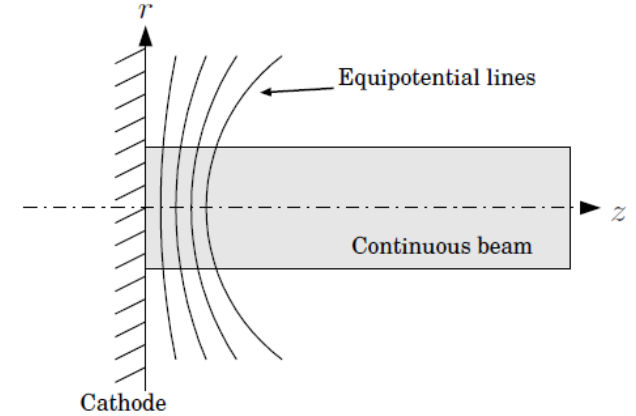


$dK(r)/dr > 0$ で表される作用を受けて生成された位相空間分布

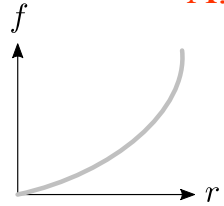
ビーム中心の電荷密度が小さく、外側が大きいような場合。
又は、電荷密度が一定であっても、カソード近傍で実現。

$r_a > r_b$ の場合と同じく、

$$\frac{dW}{ds} = r_a r_b'' - r_a'' r_b = (K_b - K_a) r_a r_b \text{ であるので}$$

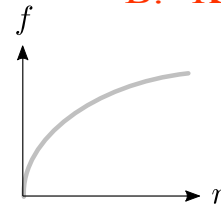


A. $K_b > K_a$ の場合 エミッタンス増加



$dK(r)/dr > 0$ すなわち、下に凸の形で表される力を受け続ける場合に相当

B. $K_b < K_a$ の場合 エミッタンス減少

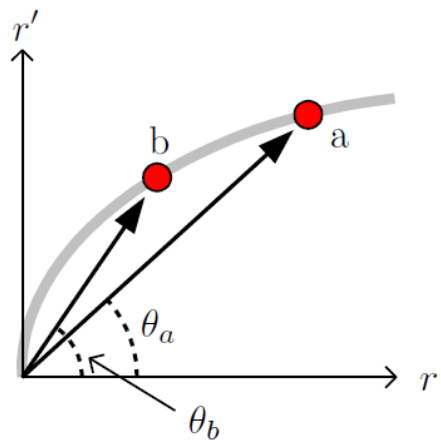


$dK(r)/dr < 0$ すなわち、上に凸の形で表される力を新たに受ける場合に相当

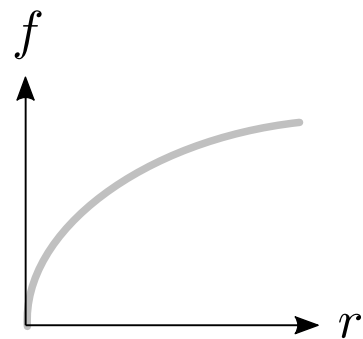
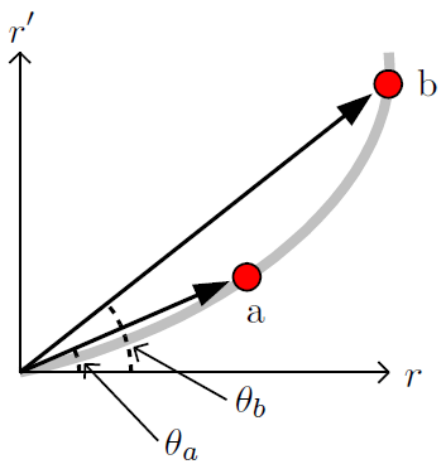
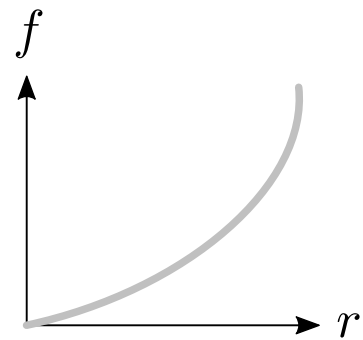
この状態は、カソード近傍で起こりえる。

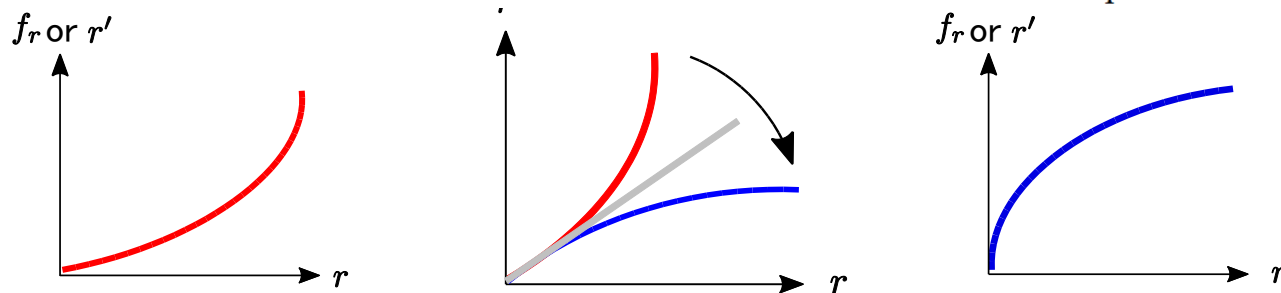
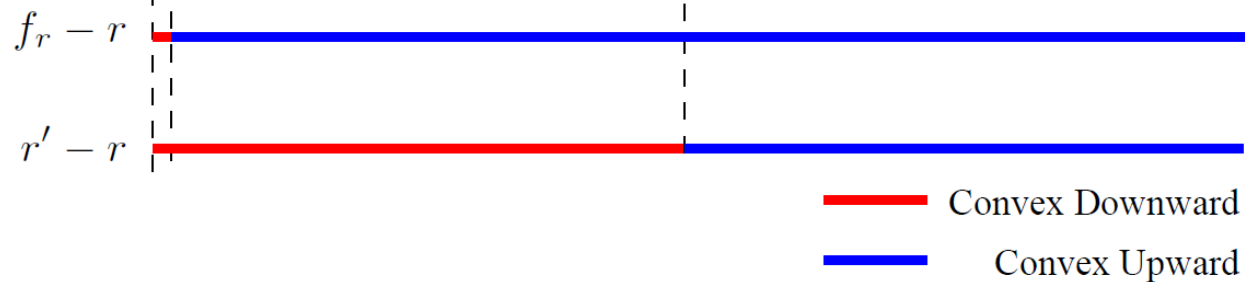
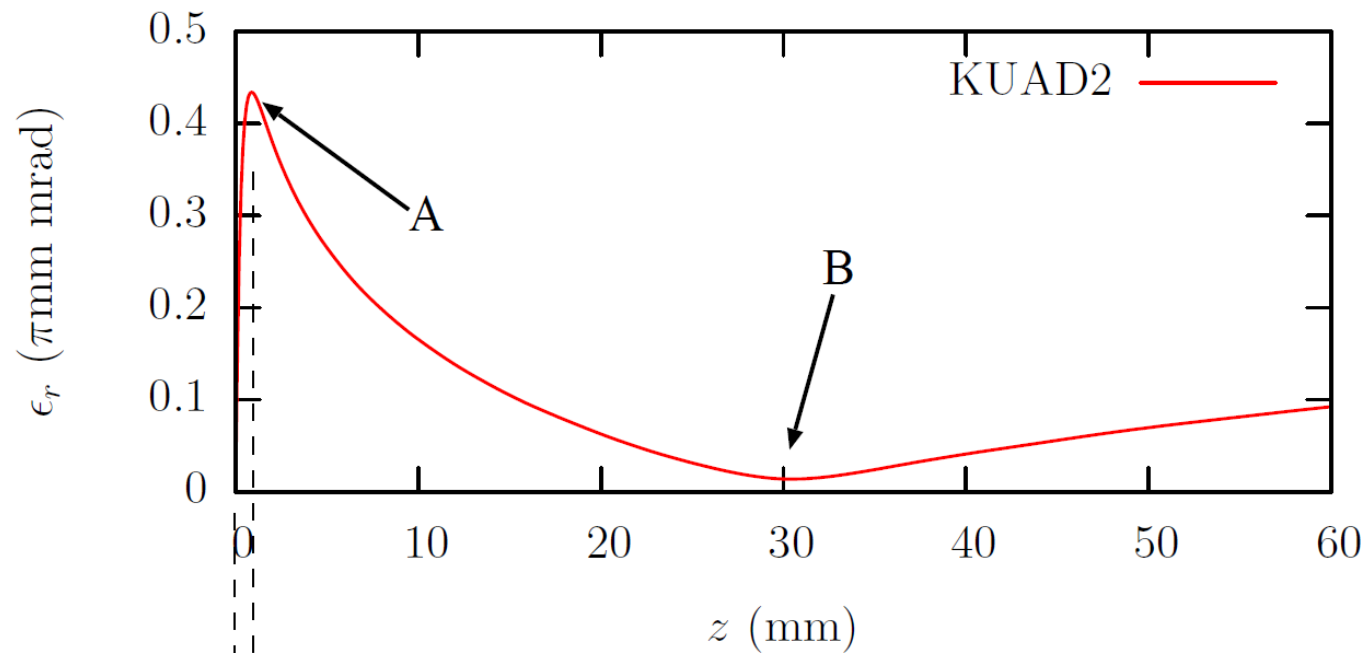
エミッタンスが減少する条件

位相空間



作用する径方向の力





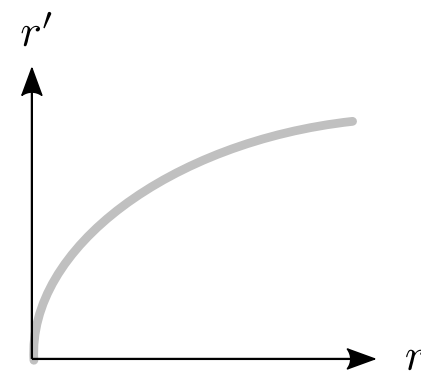
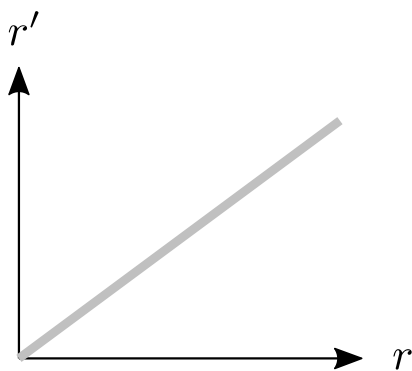
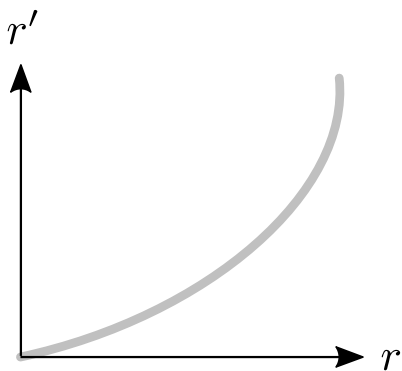
- rmsエミッタンスは変化
- Liouvilleの面積 = 0, Consatnt

Reduction of transverse emittance in electron injectors caused by space charge effects

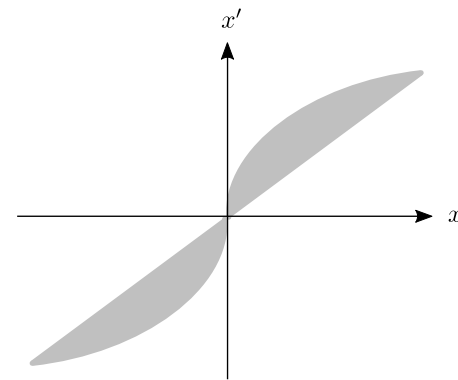
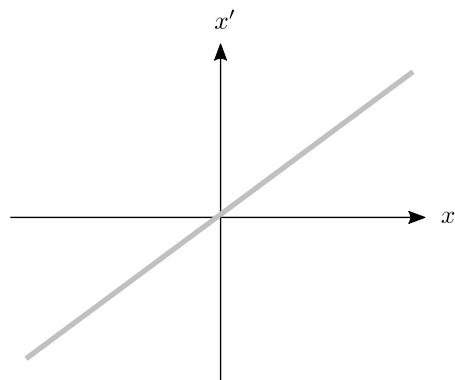
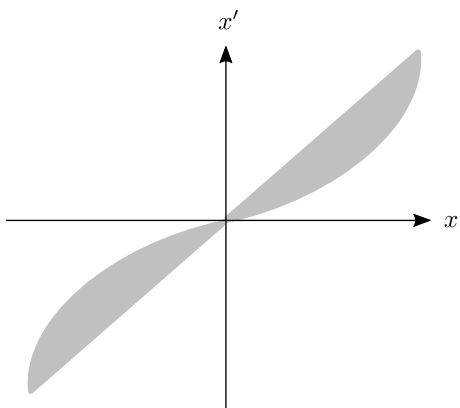
Mizuno, A., Masuda, K., Yamamoto, M.

Nucl. Instrum. Methods Phys. Res., Sect. A774, 51 (2015)

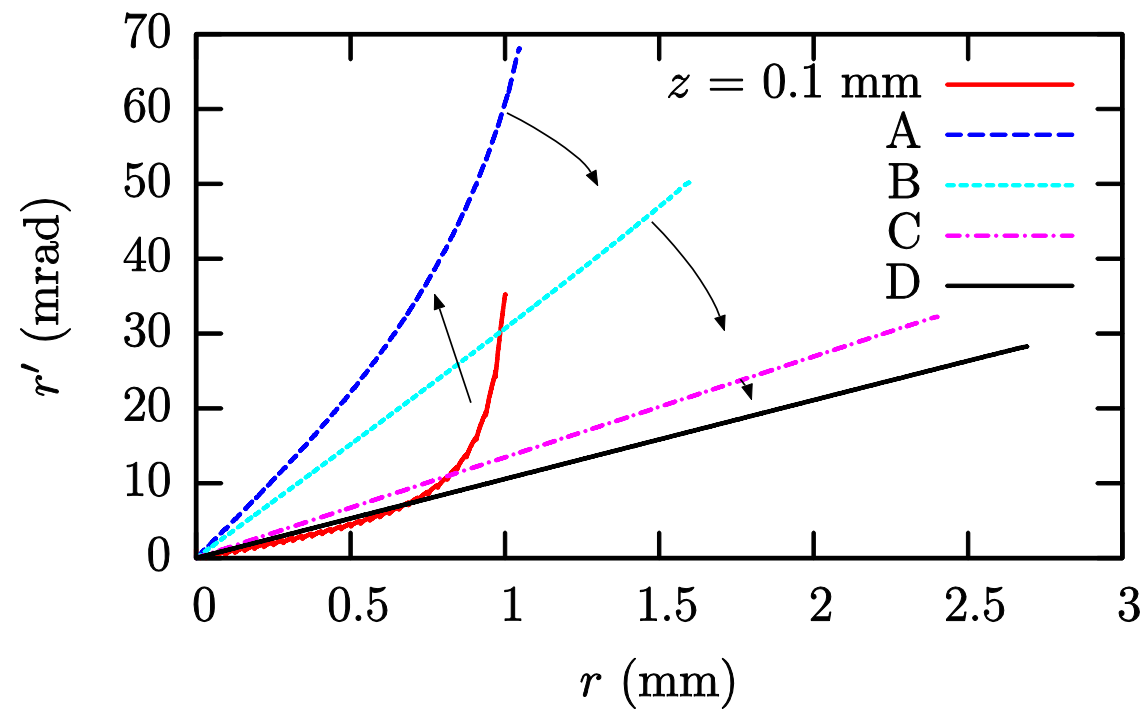
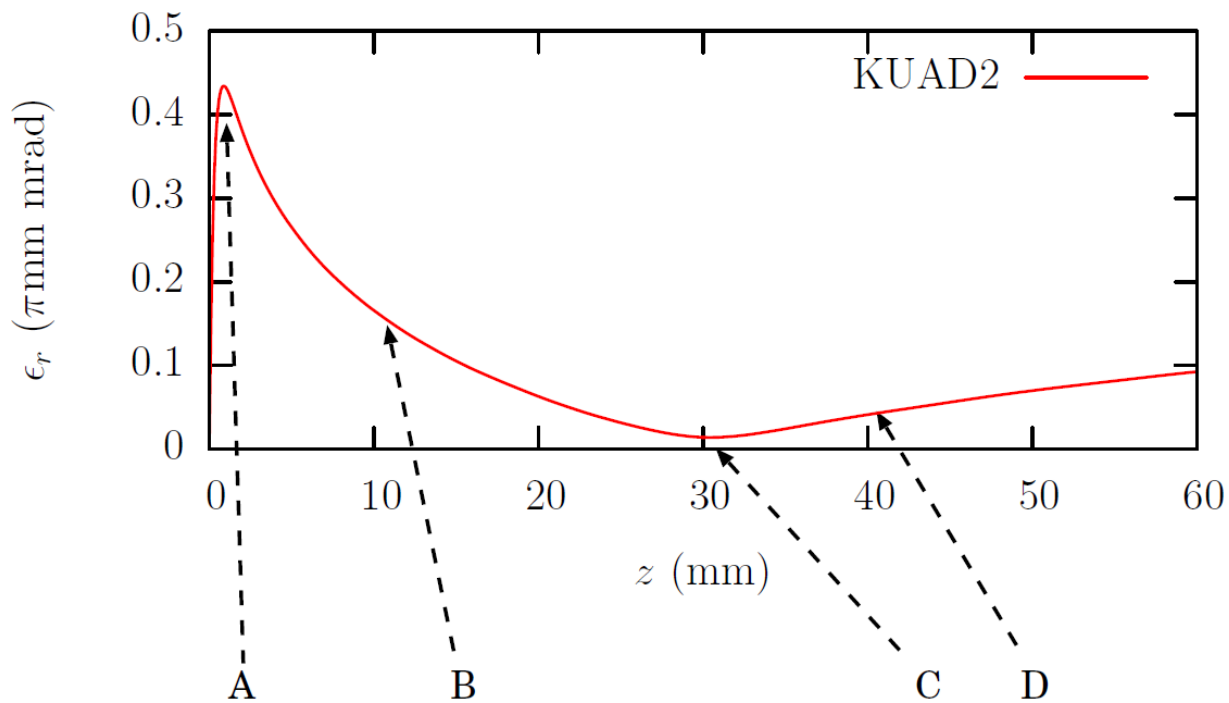
r - エミッタンス



x - エミッタンス



空間電荷効果が作用する系では、 $x - x'$ 空間ではConstantなハミルトニアンが定義できない
 $\Rightarrow x - x'$ 空間の面積も保存しない



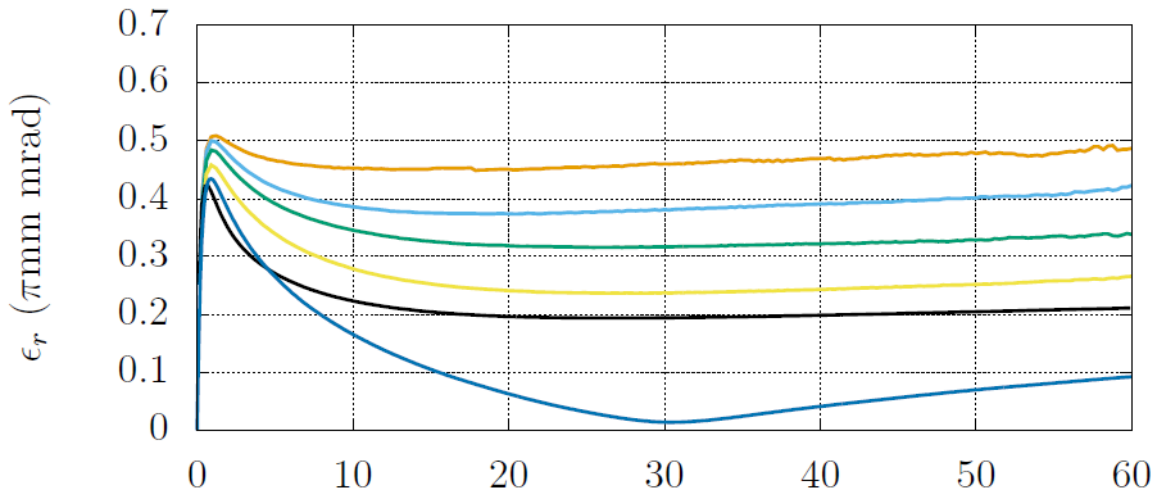
B、C、D位置での $r - r'$ 空間の曲がり具合は僅か



非常に高精度な計算が必要

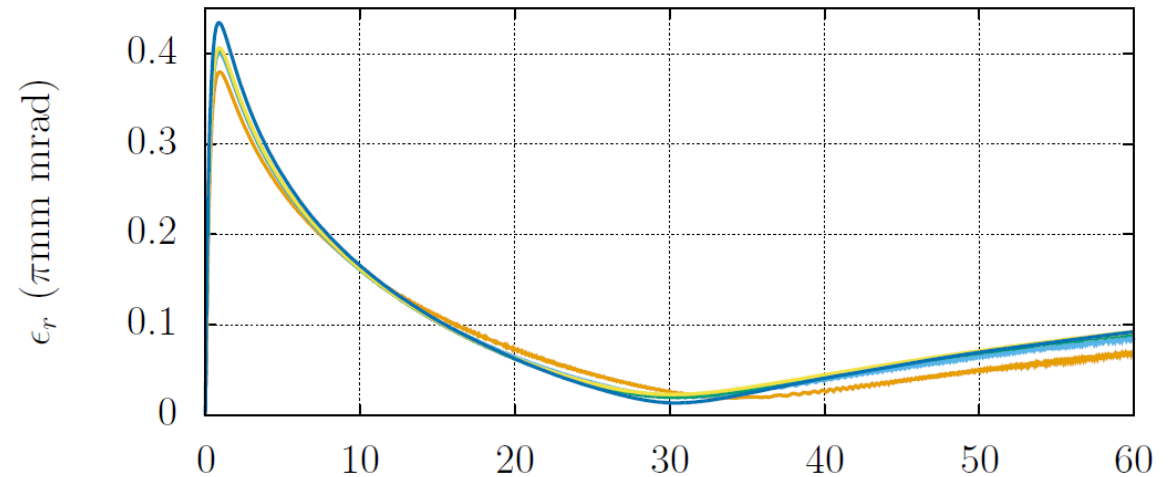
Simulation cases #5: Accelerated DC Continuous Beam

径方向 : $\Phi 2\text{mm}$ 一様分布
 長手方向 : $40\text{A}/\text{cm}^2$ 一様な連続ビーム
 初期熱エミッタンス : $0 \pi\text{mm mrad}$
 理想的な平面カソード
 カソード鏡像効果を考慮
 一様電界 $5\text{MV}/\text{m}$ で引き出して加速し続ける



z (mm)

- Existing Code, $n = 0.5 \times 10^5$ —
- Existing Code, $n = 1 \times 10^5$ —
- Existing Code, $n = 2 \times 10^5$ —
- Existing Code, $n = 5 \times 10^5$ —
- GPT —
- KUAD2 —

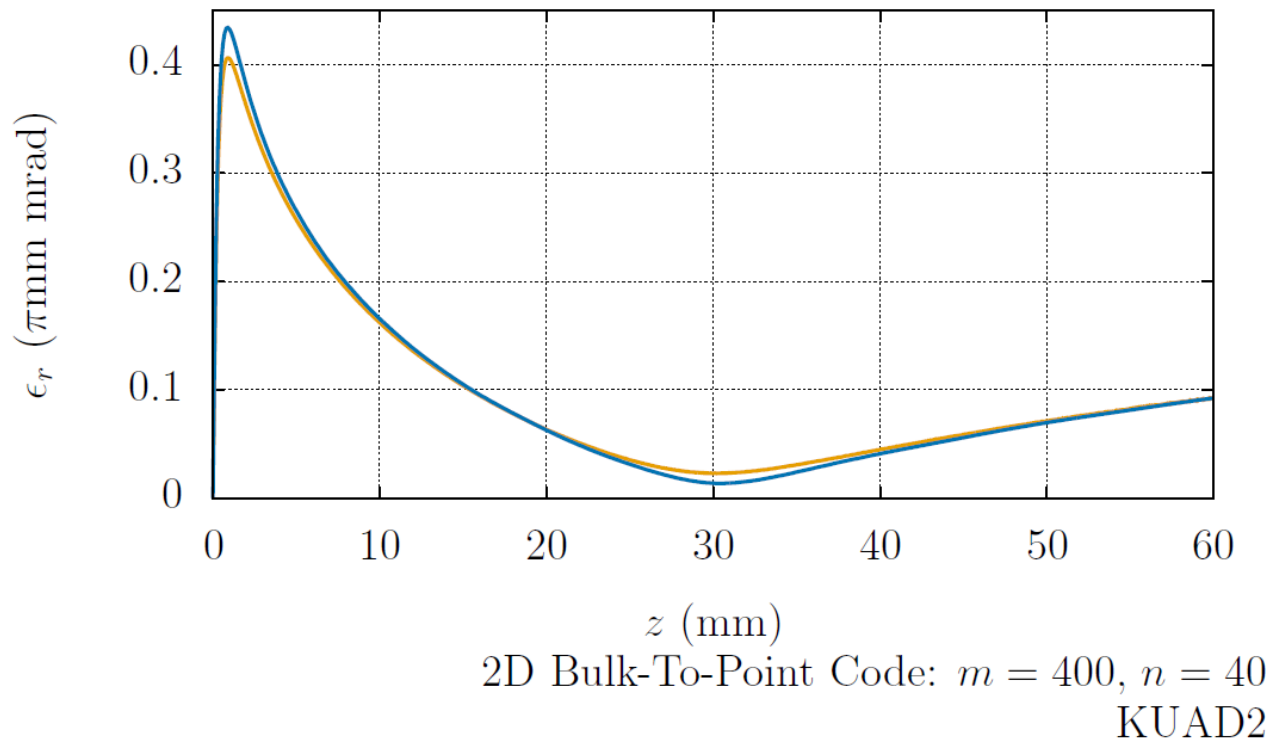


z (mm)

- 2D Bulk-To-Point Code: $m = 100, n = 10$ —
- 2D Bulk-To-Point Code: $m = 200, n = 20$ —
- 2D Bulk-To-Point Code: $m = 300, n = 30$ —
- 2D Bulk-To-Point Code: $m = 400, n = 40$ —
- KUAD2 —

In GPT Using Spacecharge2Dcircle element
 No Image charge on the cathode

M100N10 : 4分
 M200N20 : 46分
 M400N40 : 12時間



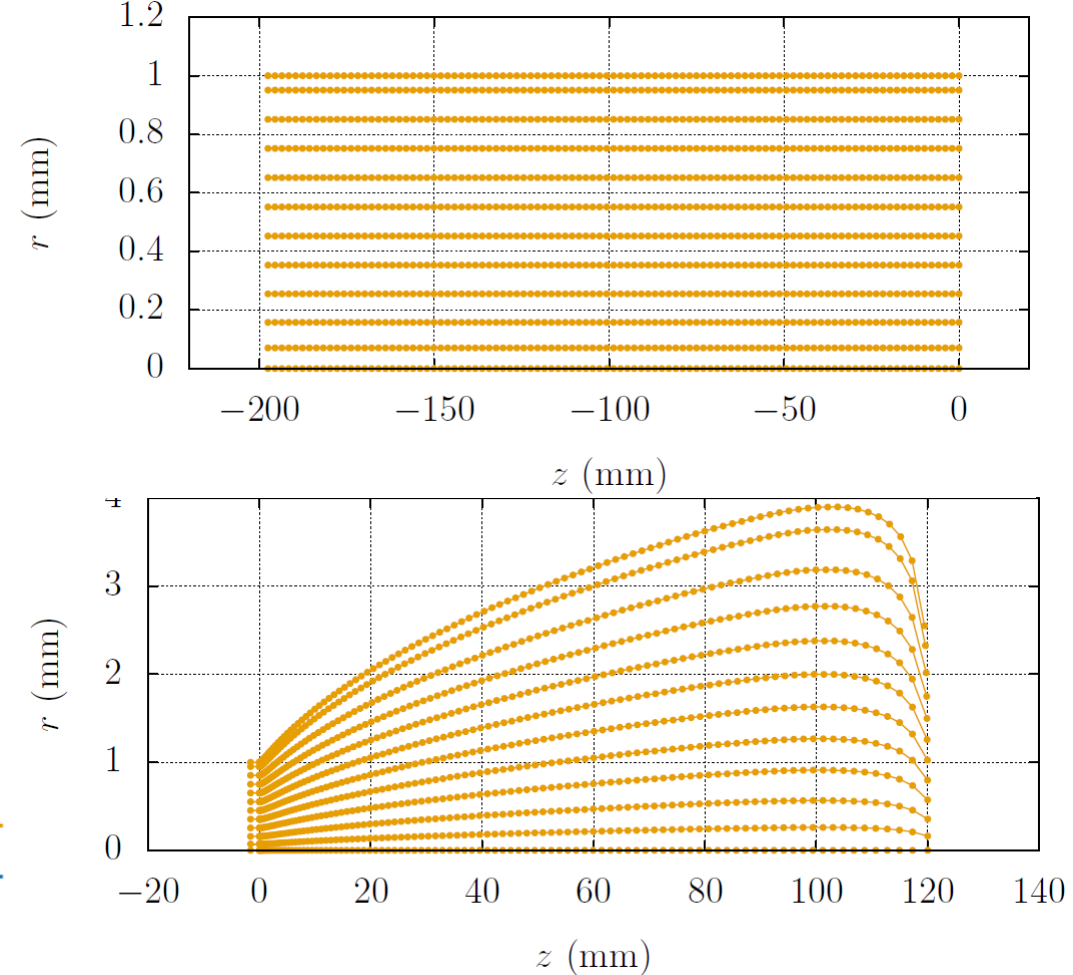
Bulk-To-Point Code

メリット

- パルスビームと連続ビームの両方が計算可能
- 計算速度が速い
- 広い領域でも計算可能

デメリット

- Wake Field 等、解析的に計算できない電磁場を扱えない



PIC Code (KUAD2)

メリット

- 有限要素法を用いた電磁場計算の正確性
- Wake Field 等も扱うことが可能

デメリット

- 連続ビームのみ計算可能。パルスビームは不可能
- 広い計算領域では計算時間が増大し現実的では無い

5. GUI for Bulk-To-Point Tracking Code

Linuxで稼働 GUIはTcl/Tkで作成

Beam Dynamics Calculation Interface for Pulsed beam (2D-3D)

File

Exe. dir is ::
/home/mizuno/EnvBasedSimulation_ellipsoide
/DC_emittance_reduction/2D3D/GUI_Test/Pulsed_beam_3D/Source

Executable file is :: Exefile

3D Calculation
Image Charge On **Space Charge On**

M: N: Charge (nC):
M must be an even number.

Spot Radius (mm): Beam Width (mm):
x:
y:

Initial Energy (MeV):

use RF gun Cavity use Solenoids
Cavity Field (MV/m): No1 (A):
Cavity Phase (deg): No2 (A):

use Acc Structure use Q Doublet
Energy Gain (MeV): Q center (m):
Phase Adjust (deg): q1 grad (T/m):
Acc Position (m): q2 grad (T/m):

Stop Position (m):

Run

Emittance

Beam Radius

Beam Dynamics Calculation Interface for DC Continuous Beam (2D-3D)

File

Exe. file dir is ::
/home/mizuno/EnvBasedSimulation_ellipsoide
/DC_emittance_reduction/2D3D/GUI_Test/DC_beam_3D/Source

Executable file is :: Exefile

2D Calculation
Image Charge On **Space Charge On**

M: N: Current (A/cm2):
M must be an even number.

Spot Radius (mm): DC Field (MV/m):
r:
y:

Ratio of Contributed Particles (%):

use Solenoid Coil
Solenoid Field (Gauss):
Solenoid Position (mm):

Stop tracking (m): Emit Calculation Area (m):

Run

Emittance

Output Profile

まとめ

- Bulk-To-Point法を用いて空間電荷効果を計算するビームトラッキングコードを開発した
- エンベロープ方程式を連立して解くコード
 - スライスが歪んではならないために
 - 空間電荷効果が小さな場合は高精度
 - 空間電荷効果が大きい場合、ビームをオーバーフォーカスした場合等では、精度が悪い
- バンチをドーナツに分けて各電子を数値的にトラッキングする2次元Bulk-To-Pointコード
 - 歪んだスライスもドーナツで表現可能
 - 空間電荷効果が大きい場合や、ビームを絞った場合でも高精度、短時間計算を実現した
- 2次元Bulk-To-Pointコードを3次元に拡張した
- DC Continuous Beamのエミッタンスリダクションを例に、Bulk-To-Pointコードの高精度を検証した
- Bulk-To-Pointコードについて、GUIを作成した